



Mapeamento do risco e a teoria dos valores extremos: implicações para o seguro agrícola.

Projeto PROCAD

USP / UFMG / UFLA / UFPR

Priscila, Ricardo e Vitor Ozaki

<http://www.lce.esalq.usp.br>

1a Workshop, Belo Horizonte - MG

25, 26 e 27 de novembro de 2009

O setor agrícola no Estado do Paraná

Produtos da lavoura temporária - Soja - Quantidade produzida 8.402.609 Toneladas

Produtos da lavoura temporária - Soja - Valor da produção 3.979.664 Mil Reais

Fonte: Censo Agropecuário - 2006.

Responsável em 2007 por:

➤ Soja :

Quantidade produzida	11.876.790 Toneladas
Valor da produção	5.801.038 Mil Reais
Área plantada	4.007.323 Hectare
Área colhida	4.007.323 Hectare
Rendimento médio da produção	2.963 kg/ha

Fonte: IBGE - Produção Agrícola Municipal - 2007



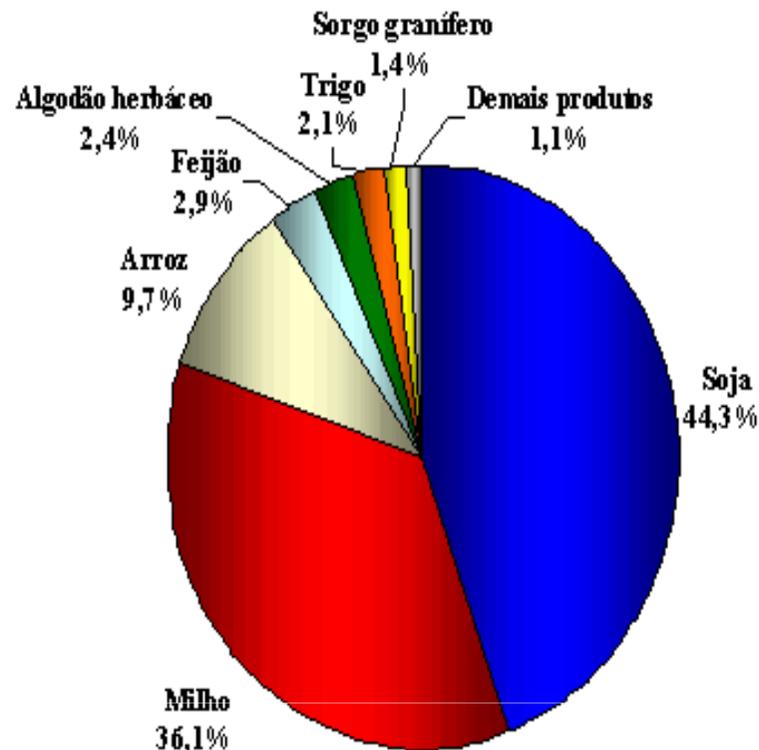
O setor agrícola no Estado do Paraná

A fertilidade dos solos do Paraná:

- elevados índices de produtividade
 - grande parte do território agricultável
 - 22,6% da produção nacional de grãos
 - destaque para a soja

- Os agentes diretamente envolvidos no processo de expansão da sojicultura reconhecem o clima como um insumo determinante para o sucesso de tal empreendimento.

Produção x Precipitação



Fonte: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Agropecuária, Produção Agrícola Municipal, 2006.

O regime pluviométrico:

- grande influência no planejamento das atividades agrícolas
- correlação existente entre a precipitação pluviométrica e o rendimento das culturas na região sul do país.
- economia do Estado depende da sua produção
 - importância da precipitação pluviométrica como reguladora da produção agrícola do Paraná.

Rendimento da soja, precipitação e consequências

Em 2004, o excesso de chuvas provocou uma perda de quase 400 mil toneladas na produção estadual da soja. Por conta disso, a produtividade esperada para o Estado passou a ser de 2.772 kg/ha, ante os 2.899 kg/ha previstos para maio.

A preocupação com o déficit hídrico inicia-se antes mesmo da semeadura, pois semeaduras em condições hídricas inadequadas no solo podem comprometer o rendimento de forma decisiva.

Modificações no regime pluviométrico, como algumas apontadas pelos diversos cenários de mudanças climáticas (IPCC, 2004), podem comprometer profundamente a produtividade e rentabilidade da soja, desencadeando processos desestruturadores das dinâmicas sociais, econômicas e ambientais.

A teoria dos valores extremos (TVE)

O conhecimento distribuição da precipitação pode ser uma opção para minimizar os problemas causados pela flutuação das chuvas (MORAIS et al., 2001). Definir um perfeito planejamento considerando a data de plantio e a frequência de chuvas mensais e históricos pode ser a chave para minimizar efeitos na redução da produtividade (RAES, 2004).

A teoria dos valores extremos descreve a distribuição assintótica dos excessos acima de um valor limiar de um ou mais termos de uma sequência de variáveis aleatórias, fato este que pode ajudar a analisar o risco para seguradoras que atuam no setor agrícola, setor este bastante afetado pelo clima, em especial, pela falta ou excesso de precipitação.

TVE - Metodologia

Por convenção:

$$\min(X_1, \dots, X_n) = -\max(-X_1, \dots, -X_n)$$

Distribuição dos máximos:

Suponha uma amostra $\chi_n = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$.

Denominando-se o máximo amostral por:

$$M_1 = X_1 \text{ e } M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n), \text{ para } n \geq 2, \text{ supondo } \chi_n$$

i.i.d. escrever-se a distribuição exata do máximo como:

TVE - Metodologia

$$\begin{aligned}\Pr\{M_n \leq x\} &= \Pr\{X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x\} \\ &= \Pr\{X_1 \leq x\} \Pr\{X_2 \leq x\} \dots \Pr\{X_n \leq x\} \\ &= F^n(x)\end{aligned}$$

- sugere uma lei de potência para a distribuição do máximo.
- O resultado central da TVE é enunciado pelo **Teorema de Fisher – Tippett** conhecido também como **Lei de Limite para o Máximo**.

Suponha (X_n) uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. Se existem constantes de padronização, $c_n > 0, d_n \in \mathfrak{R}$,

e alguma função de distribuição não-degenerada H tal que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Pr \left\{ c_n^{-1} (M_n - d_n) \leq x \right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} F_x^n (c_n x + d_n) \rightarrow H(x)$$

então

$H(x)$ pertence a algum dos três tipos de funções de distribuição de valores extremos: Fréchet, Weibull ou Gumbel.

Definindo a família:

$$H_\xi = \begin{cases} \Phi_{1/\xi}, & \text{se } \xi > 0 \\ \Lambda, & \text{se } \xi = 0 \\ \Psi_{-1/\xi}, & \text{se } \xi < 0 \end{cases}$$

Distribuição Generalizada do Valor Extremo (GEV)

em que:

$$\text{Fréchet: } \Phi_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\xi}), & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad \xi > 0$$

$$\text{Weibull: } \Psi_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp(-x^{\xi}), & \text{se } x \leq 0 \\ 1, & \text{se } x > 0 \end{cases} \quad \xi > 0$$

$$\text{Gumbel: } \Lambda(x) = \exp(-e^{-x}), \quad x \in \mathfrak{R}$$

Tem-se que, para qualquer F pertencente ao domínio de atração do máximo de H_{ξ} , vale a aproximação $F^n(c_n x + d_n) \approx H_{\xi}$ para a distribuição do extremo, sendo ξ a cauda da distribuição.

Distribuição Generalizada do Valor Extremo (GEV)

Mais precisamente, conforme Embrechts et al. (1997), pode-se definir

H_ξ como:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp\left\{- (1 + \xi x)^{-1/\xi}\right\}, & \text{se } \xi \neq 0 \\ \exp\{-\exp(-x)\}, & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad \text{onde } 1 + \xi x > 0$$

Além disso, é possível substituir-se x na expressão acima pela transformação de escala e locação $\frac{x - \mu}{\sigma}$ com $\mu \in \mathfrak{R}$ e $\sigma > 0$

Dessa forma produz-se a distribuição:

$$H_{\xi; \mu, \sigma} = \exp\left\{- \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right\} \quad (\text{GEV})$$

Função densidade de probabilidade da GEV

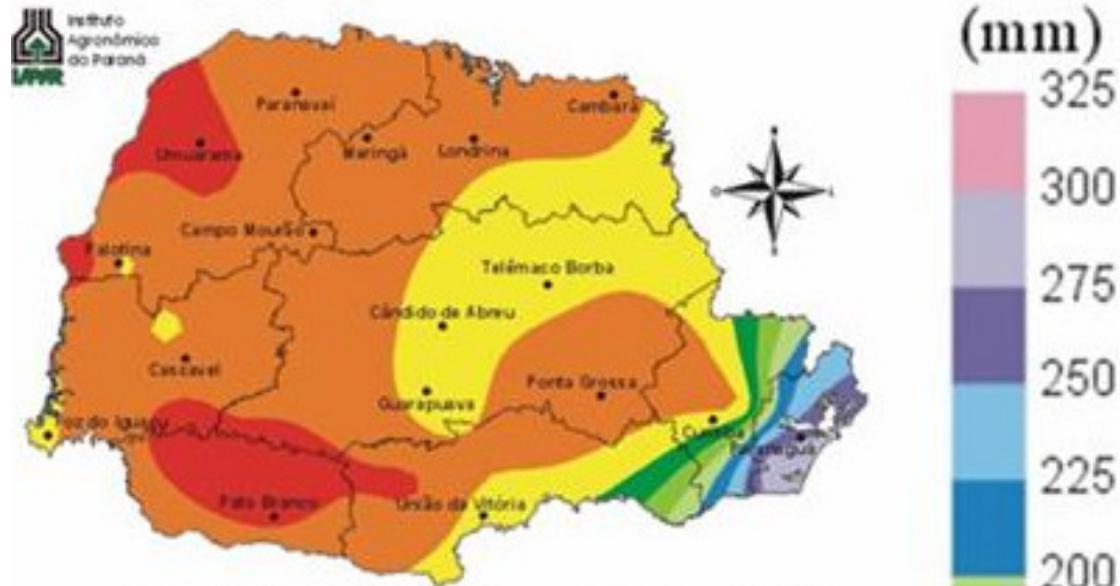
A partir da GEV obtém-se a função densidade de probabilidade da distribuição GVE, dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}$$

definida em, $-\infty < x < (\mu - \sigma)/\xi$ para $\xi < 0$, e $(\mu - \sigma)/\xi < x < +\infty$ para $\xi > 0$

em que x é a variável aleatória associada a valores mínimos do período.

Precipitação Total Mensal - Janeiro/2008



Precipitação Total Mensal - Março/2008



Fonte:

www.metsul.com/.../images/2008c/chuva1004b

Considerações finais

Ao analisar os eventos de baixíssima frequência através da TVE e, quantificado o limiar, o objetivo é obter o rendimento mínimo que fornece este limiar, ou seja, estaremos estabelecendo a ligação entre rendimento e valor em risco, a fim de que este monitoramento das regiões de risco auxilie as seguradoras na detecção das áreas que merecem maior atenção pois têm probabilidade maior de oferecer prejuízos ao estado.

Será utilizado o POT (peak over threshold model), que consiste em ajustar uma distribuição de probabilidades para os valores que excedem um limiar.

Para as seguradoras manterem um modelo interno de análise de risco de mercado, a metodologia de Value at risk (VAR), representa a perda esperada para um período de tempo, associado a certa probabilidade, daí, a importância da TVE para as seguradoras.

Referências Bibliográficas

- HOSKING, J. R. M. Algorithm AS 215: Maximum-likelihood estimation of the parameters of the generalized extreme-value distribution. *Journal of the Royal Statistical Society. Applied Statistics* , v.34, p.301-310, 1985.
- JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, v.81, p.158-171, Apr. 1955.
- MORAIS, A. R.; BOTELHO, V. A. V.; CARVALHO, L. G.; MUNIZ, J. A; LAGE, G. Estimativa de precipitação provável em Lavras (MG) através da distribuição Gama. *Revista Brasileira de Agrometeorologia*, Santa Maria, v. 9, n. 2, p. 305-310, 2001.
- RAES, D.; SITHOLE, A.; MAKARAU, A.; MILFORD, J. Evaluation of first planting dates recommended by criteria currently used in Zimbabwe. *Agricultural and Forest Meteorology*, Amsterdam, v. 125, p. 177-185, 2004.