

## A Importância da Modelagem da Anisotropia na Distribuição Espacial de Variáveis Ambientais Utilizando Procedimentos Geoestatísticos

EDUARDO CELSO GERBI CAMARGO<sup>1</sup>  
CARLOS ALBERTO FELGUEIRAS<sup>2</sup>  
ANTONIO MIGUEL VIEIRA MONTEIRO<sup>3</sup>

INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
Caixa Postal 515 – 12201-097 – São José dos Campos – SP, Brasil

<sup>1</sup> eduardo@dpi.inpe.br

<sup>2</sup> carlos@dpi.inpe.br

<sup>3</sup> miguel@dpi.inpe.br

**Abstract** Anisotropy is a common property in environment variables, implying in preferential direction for the spatial distribution of the environment variable. This directional tendency is difficult to be detected as well as modeled through deterministic procedures. To reconstruct the spatial distribution of a nature variable from a sample set, it is important that the model adequately represents its spatial autocorrelation structure. Geostatistics offers a set procedures that deals with anisotropy. It involves a careful analysis of the variable's spatial variability, characterized by the semivariogram. This paper presents and discusses the results of a study, using geostatistic procedures to reconstruct the spatial distribution of clay content in the soil of EMBRAPA's Canchim Farm in São Carlos - SP.

**Keywords:** Isotropy, Anisotropy, Semivariogram, Ordinary Kriging.

### Introdução

A anisotropia é uma característica muito freqüente nos elementos da natureza, isto é, a variabilidade ou distribuição espacial de tais elementos ocorre mais intensamente numa direção e menos intensamente em outra direção. Tome como exemplo o mapeamento do teor de zinco, dentro de uma região de interesse, é pouco provável que tal propriedade se espalhe igualmente em todas as direções.

Para lidar com a anisotropia, é importante que o modelo proposto represente bem a variabilidade espacial da propriedade em estudo. Procedimentos determinísticos para este fim são limitados, porque não consideram a estrutura de autocorrelação espacial bem como a anisotropia presente. Modelos mais adequados para este objetivo vem sendo propostos e a geoestatística engloba esses modelos, cuja base conceitual está fundamentada na teoria das variáveis regionalizadas e nas funções aleatórias, formalizadas por Matheron (1963, 1971).

Uma análise minuciosa através de procedimentos geoestatísticos, quer seja para identificação estrutural, krigeagem ou simulação, inclui um estudo cuidadoso de como a variabilidade espacial da propriedade em estudo depende da orientação relativa das localizações dos dados observados. Se a dependência espacial entre observações em duas localizações quaisquer é

função somente da distância (Euclidiana) entre essas localizações, então a variabilidade espacial é dita isotrópica; caso contrário é anisotrópica.

Para a propriedade em estudo assume-se, dentro dos limites de interesse, estacionariedade de segunda ordem ou intrínseca (Camargo, 1997), cuja estrutura de autocorrelação espacial é geralmente estudada calculando-se semivariogramas experimentais em várias direções, desenhando todos num único gráfico, e visualmente avaliando suas similaridades. Se os semivariogramas direcionais são aproximadamente idênticos, então é razoável proceder ajustando um modelo isotrópico para o semivariograma estimado. Por outro lado, se um ou mais dos semivariogramas direcionais diferem acentuadamente um dos outros, deve-se ajustar um modelo anisotrópico que seja consistente com as diferenças indicadas.

Este trabalho apresenta, através de um estudo de caso, a importância da modelagem da anisotropia na distribuição espacial de propriedades naturais utilizando procedimentos geoestatísticos. No final, uma análise comparativa é realizada onde os resultados oriundos de modelos isotrópico e anisotrópico são comparados.

O presente trabalho contém, após a introdução, uma seção conceitual formalizando os principais conceitos necessários para o entendimento deste documento. Seguindo são apresentados os tipos de anisotropia presentes nos elementos da natureza, um procedimento de modelagem da anisotropia, e, para finalizar, um estudo de caso é realizado.

## Conceitos

Os procedimentos geoestatísticos estão fundamentados na Teoria das Variáveis Regionalizadas, desenvolvida por Matheron (1963, 1971). A variável regionalizada é uma variável distribuída no espaço (ou tempo). A teoria diz que alguma medida pode ser vista como uma realização de uma função aleatória (ou processo aleatório, ou campo aleatório, ou processo estocástico). Esta teoria consolida o alicerce da geoestatística.

Suponha que  $\{Z(\mathbf{s}): \mathbf{s} \in D\}$  represente a variável regionalizada de interesse na região  $D$ , onde  $D \subset \mathbb{R}^2$  ou  $D \subset \mathbb{R}^3$ . Um modelo conceitual para  $Z(\cdot)$  é (Burrough, 1987):

$$Z(\mathbf{s}) = \mu(\mathbf{s}) + W(\mathbf{s}) + \varepsilon(\mathbf{s}), \quad \mathbf{s} \in D \quad (1)$$

onde: (a)  $\mu(\cdot) \equiv E\{Z(\cdot)\}$  é um termo determinístico que descreve a estrutura do processo, representa a tendência global da variável em  $D$ , (b)  $W(\cdot)$  é um termo estocástico intrinsecamente estacionário, representando a dependência espacial da variável (depois que a tendência é removida), com semivariograma  $\gamma_W(\mathbf{h}) \equiv 1/2 E\{[W(\mathbf{s}) - W(\mathbf{s}+\mathbf{h})]^2\}$ , e (c)  $\varepsilon(\cdot)$  é um ruído aleatório não correlacionado, com distribuição normal com média zero e variância  $\sigma^2$ . Num caso mais simples, admite-se que  $\mu(\cdot)$  é constante, isto é,  $\mu(\mathbf{s}) = \mu$  para todo  $\mathbf{s} \in D$ , em tal caso o modelo expresso na **Equação (1)** implica que  $Z(\cdot)$  é intrinsecamente estacionário com semivariograma  $\gamma_z(\mathbf{h}) \equiv 1/2 E\{[Z(\mathbf{s}) - Z(\mathbf{s}+\mathbf{h})]^2\}$ .

Denota-se  $H = \{\mathbf{s} - \mathbf{t}: \mathbf{s} \in D, \mathbf{t} \in D\}$  como o "lag space", isto é, um conjunto de vetores gerados pela diferença entre duas localizações em  $D$ . O processo  $Z(\cdot)$  é dito isotrópico se  $\gamma_z(\mathbf{h}) = \gamma_z(|\mathbf{h}|)$  para todo  $\mathbf{h} \in H$ ; caso contrário é dito anisotrópico.

De um modo geral, a geoestatística preocupa-se com a estimação de  $\gamma_z(\mathbf{h})$  e seu uso na krigagem e simulação. Seja  $\{H_1, \dots, H_k\}$  um subconjunto de  $H$  em classes de  $k$  distância  $X$

ângulo, e suponha que o dado  $z(\mathbf{s}_1), \dots, z(\mathbf{s}_n)$  são tomados nas localizações  $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_n$ . Então cada "lag"  $\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j$  pode ser atribuído para uma das classes distância X ângulo e  $\gamma_z(\mathbf{h})$  pode ser estimado pelo semivariograma experimental como (Zimmerman, 1993):

$$\hat{\mathbf{g}}_z(\mathbf{h}) = \frac{1}{2|N_u|} \sum_{N_u} [z(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_j)]^2 \quad (2)$$

onde  $N_u = \{(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j): \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j \in H_u\}$  e  $|N_u|$  é o número de pares  $(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)$  em  $N_u$ .

A **Figura 1** ilustra um semivariograma experimental com características muito próximas do ideal. O seu padrão representa o que, intuitivamente, se espera de dados de campo, isto é, que as diferenças  $\{z(\mathbf{s}_i) - z(\mathbf{s}_j)\}$  decresçam à medida que  $\mathbf{h}$  diminui. É esperado que observações mais próximas tenham um comportamento mais semelhante entre si do que aquelas separadas por maiores distâncias. Desta maneira, é esperado que  $\hat{\mathbf{g}}_z(\mathbf{h})$  aumente com a distância  $\mathbf{h}$ . Onde  $\mathbf{h}$  refere-se ao vetor distância (módulo e direção) que separa as localizações  $\mathbf{s}_i$  e  $\mathbf{s}_j$ .

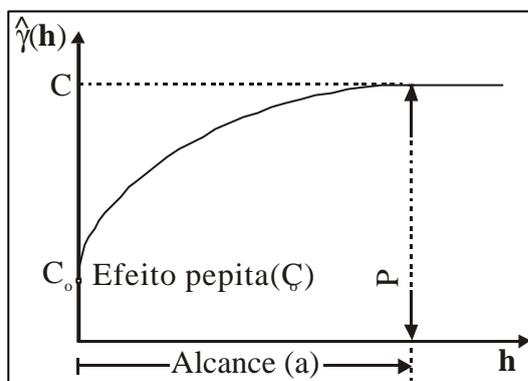


Figura 1 – Semivariograma Experimental.

Conforme ilustrado na **Figura 1**, o semivariograma experimental possui alguns atributos como: Efeito pepita ( $C_0$ ), Alcance ( $a$ ) e Patamar ( $C$ ). Uma descrição detalhada desses atributos pode ser vista em (Isaaks e Srivastava, 1989). É importante lembrar que esses atributos caracterizam certos aspectos da dependência espacial do correspondente processo. Por exemplo, o Alcance ( $a$ ) é a distância dentro da qual as observações apresentam-se correlacionadas espacialmente. Modelos teóricos paramétricos são utilizados para ajustar  $\hat{\mathbf{g}}_z(\mathbf{h})$  e, na geostatística, são classificados como (Isaaks e Srivastava, 1989): modelos com patamar ou transitivos (ex: esférico, exponencial, gaussiano, etc) e modelos sem patamar (linear e potência).

### Tipos de Anisotropia

Quando os semivariogramas experimentais direcionais apresentam diferenças acentuadas, a distribuição é denominada anisotrópica. Se a anisotropia é observada e é refletida pelo mesmo Patamar ( $C$ ) com diferentes Alcances ( $a$ ) do mesmo modelo, então ela é denominada Geométrica, conforme ilustra a **Figura 2(a)**.

Existe ainda um outro tipo de anisotropia em que os semivariogramas experimentais direcionais apresentam os mesmos Alcances ( $a$ ) e diferentes Patamares ( $C$ ). Neste caso, a anisotropia é denominada Zonal. Como a isotropia, a anisotropia Zonal também é pouco

presente nas variáveis ambientais. O mais comum é encontrar combinações da anisotropia Zonal e Geométrica, denominada anisotropia Combinada, conforme **Figura 2(b)**. Nota: nas **Figuras 2(a) e 2(b)**,  $a_1$  e  $a_2$  estão relacionados às direções de menor e maior continuidade espacial da variável, respectivamente.

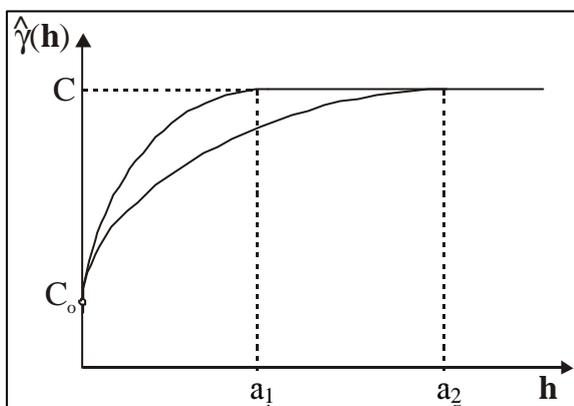


Figura 2(a) - Anisotropia Geométrica.

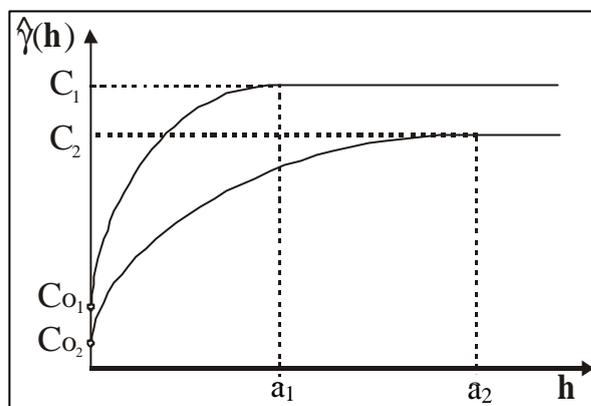


Figura 2(b) - Anisotropia Combinada.

Existem várias formas de detectar a anisotropia, por exemplo calculando-se os semivariogramas experimentais direcionais em várias direções, desenhando todos num único gráfico, e visualmente avaliando suas similaridades. Outra forma, é através do esboço gráfico de uma elipse (conhecido também como diagrama da rosa), calculada através dos alcances obtidos em direções distintas (Deutsch e Journel, 1992). A forma mais eficiente e direta de detectar a anisotropia é através do mapa de semivariograma, que é um gráfico, 2D, no qual obtém-se uma visão geral da variabilidade espacial da variável em estudo. Além disso, sobre o mapa de semivariograma é possível detectar rapidamente os eixos de anisotropia, isto é, as direções de maior e menor continuidade espacial da variável em análise.

### Modelagem da Anisotropia

Inicialmente identificam-se os eixos de anisotropia, isto é, os eixos de maior e de menor continuidade espacial da variável em estudo. Isto é realizado com auxílio do mapa de semivariograma conforme descrito na seção anterior.

Identificados os eixos de anisotropia, calculam-se os dois semivariogramas experimentais direcionais, relativos às direções de mínima e máxima continuidade espacial da variável em estudo, e procede-se o ajuste dos mesmos. Estabelecidos os dois modelos, o passo seguinte é combinar os dois modelos direcionais num único modelo consistente para todas as direções.

Uma técnica para combinar os dois modelos, num modelo único e consistente, é descrita por Almeida e Bettini (1994) e sua utilização é apresentada num estudo de caso conforme descrito a seguir.

### Estudo de Caso

O sistema utilizado foi o Sistema de Processamento de Informações Georreferenciadas (SPRING), desenvolvido pelo do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

Os dados utilizados, de propriedade do Centro Nacional de Pesquisas de Solos (CNPS - RJ) da EMBRAPA, foram obtidos no levantamento dos solos da Fazenda Experimental Canchim. Estes se referem a uma amostragem de 85 observações georreferenciadas coletadas no horizonte Bw (camada do solo com profundidade média de 1m), conforme **Figura 3**. Dentre as variáveis disponíveis, selecionou-se para estudo de variabilidade espacial o teor de argila.

Considera-se o teor de argila ao longo do perfil, classificado do seguinte modo (Calderano Filho et al., 1996):

- Muito Argiloso: solos que apresentam 59% ou mais de argila;
- Argiloso: solos que apresentam de 35% a 59% de argila;
- Médio: solos que apresentam de 15% a 35% de argila;
- Arenoso: solos que apresentam menos de 15% de argila.

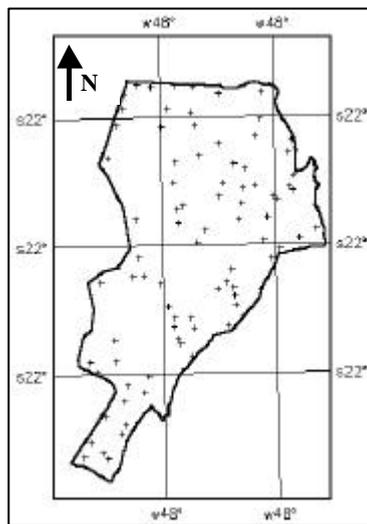


Figura 3 - Mapa de Localização da Fazenda Canchim.

A análise de variabilidade espacial do teor de argila foi realizada com o auxílio do semivariograma. Primeiro supôs-se isotropia do teor de argila. Neste caso um modelo teórico do tipo esférico, conforme **Figura 4** e **Equação (3)**, foi suficiente para descrever a continuidade espacial da variável em estudo. Esse modelo foi utilizado posteriormente para a estimação da distribuição espacial da mesma. Os parâmetros do modelo isotrópico tipo esférico foram:  $C_0 = 150$ ,  $C_1 = C_0 + C = 200$ ,  $a = 3500$ .

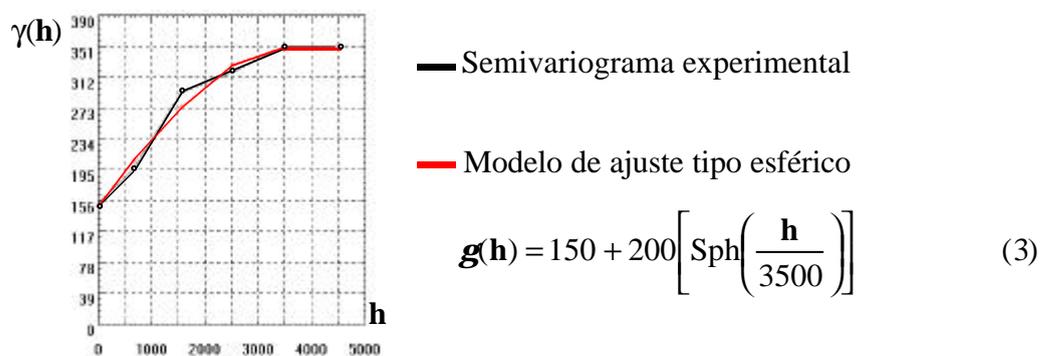


Figura 4 - Semivariograma experimental ajustado com modelo esférico.

Prosseguindo na análise, utilizou-se o mapa de semivariogramas, conforme **Figura 5** no qual constatou-se a presença de anisotropia no teor de argila. Neste caso, as direções de maior e menor continuidade espacial foram aproximadamente 17° e 107°, respectivamente.

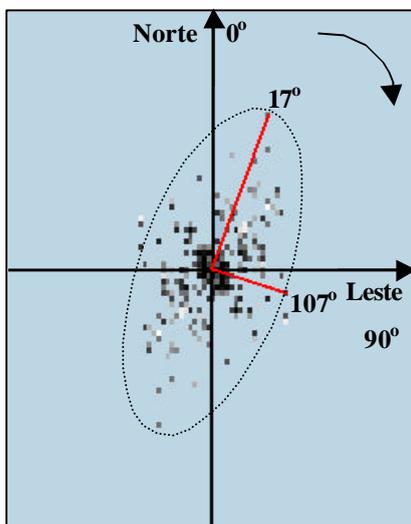


Figura 5 - Mapa de semivariograma do teor de argila.

Detectado os eixos da anisotropia, foram gerados os semivariogramas experimentais direcionais relativos às direções 17° e 107°. Ambos foram ajustados utilizando-se modelo esférico, conforme **Figura 6**, com os seguintes parâmetros: para o modelo esférico relativo à direção 17°,  $C_0=141$ ,  $C_1=231$ ,  $a=2512$  e para o modelo esférico relativo à direção 107°,  $C_0=102$ ,  $C_1=142$ ,  $a=1206$ . Uma vez estabelecido os modelos, em ambas direções, o próximo passo foi combiná-los num único modelo consistente para todas as direções, segundo a técnica descrita por Almeida e Bettini (1994). O modelo anisotrópico resultante está expresso na **Equação (4)**, o qual foi utilizado posteriormente para a estimação da distribuição espacial do teor de argila.

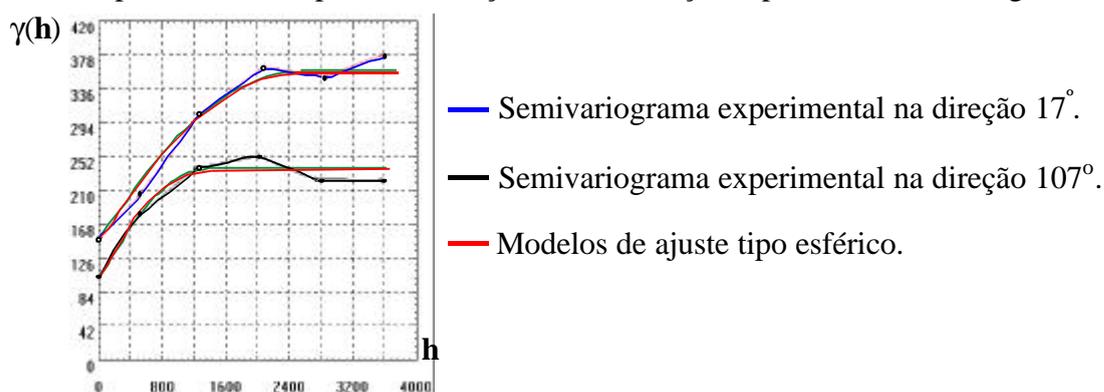


Figura 6 - Semivariogramas experimentais ajustados com modelos esféricos.

Como mencionado anteriormente, a **Equação (4)** representa o modelo anisotrópico final, cujas convenções de notação podem ser vistas em (Isaaks e Srivastava, 1989).

$$g(\mathbf{h}) = 102 + 231 \left[ \text{Sph} \sqrt{\left( \frac{\mathbf{h}_{17^\circ}}{2512} \right)^2 + \left( \frac{\mathbf{h}_{107^\circ}}{1206} \right)^2} \right] + 142 \left[ \text{Sph} \left( \frac{\mathbf{h}_{17^\circ}}{2512} \right) \right] + 44 \left[ \text{Sph} \left( \frac{\mathbf{h}_{17^\circ}}{\mathbf{e}} \right) \right] \quad (4)$$

De posse dos modelos isotrópico e anisotrópico, gerou-se a distribuição espacial do teor de argila, dentro dos limites da área de estudo, utilizando-se o estimador de krigeagem ordinária (Journal, 1988). A Figura 7(a) apresenta o resultado oriundo do modelo isotrópico e a Figura 7(b) do modelo anisotrópico.

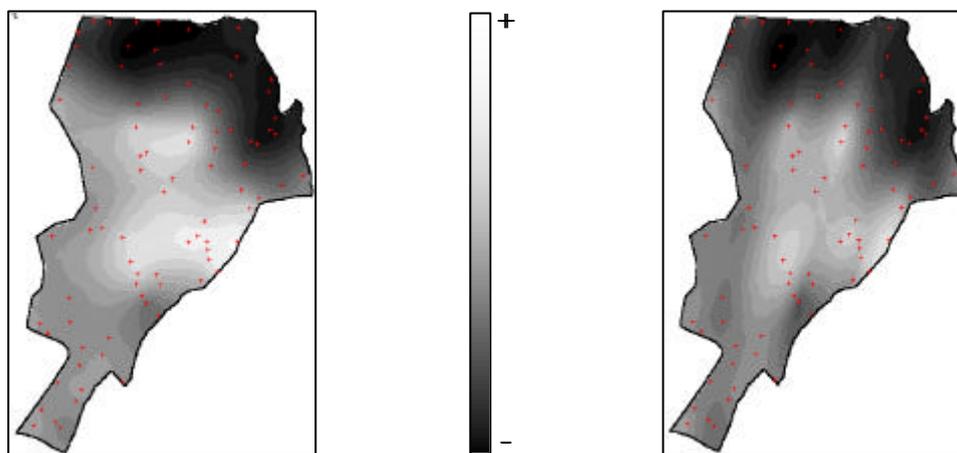


Figura 7(a) – Distribuição espacial oriundo do modelo isotrópico.

Figura 7(b) – Distribuição espacial oriundo do modelo anisotrópico.

Analisando-se os resultados apresentados nas **Figuras 7(a)** e **7(b)** observa-se que as diferenças na distribuição espacial do teor de argila são acentuadas. O resultado oriundo do modelo anisotrópico (**Figura 7(b)**) mostra que a variável em estudo possui uma tendência maior de espalhamento na direção de aproximadamente  $17^\circ$  (ângulo de anisotropia) e uma menor tendência na direção ortogonal ( $107^\circ$ ). Este fato, mostra a importância da modelagem da anisotropia na reconstrução da distribuição espacial do teor de argila, proporcionando resultados e análises mais representativas.

### Conclusões

Conclui-se que é possível melhorar a distribuição espacial das variáveis ambientais significativamente quando procedimentos geoestatísticos são aplicados (Camargo et al., 1999). Ficou constatado que o teor de argila varia mais intensamente numa direção do que em outra. Tal fato refere-se à anisotropia da variável em estudo. Muitos aspectos particulares dos dados ficariam ocultos sem o uso de semivariogramas e da modelagem da anisotropia, mostrando, por exemplo, a tendência da distribuição espacial nos dados de teor de argila. Informações como estas não são apresentadas quando se usam apenas parâmetros estatísticos clássicos como médias e variâncias ou então, procedimentos determinísticos.

### Referências Bibliográficas

- Almeida, A. S.; Bettini, C. **Curso de Geoestatística Aplicada**. Rio de Janeiro, UFRJ, 1994.
- Burrough, P. A. **Principles of geographical information systems for land resources assessment**. Oxford, Clarendon Press, 1987. 193p.

- Calderano Filho, B.; Fonseca, O. O. M.; Santos, H. G.; Lemos A. L. **Levantamento Semidetalhado dos Solos da Fazenda Canchim São Carlos - SP**. Rio de Janeiro, EMBRAPA- CNPS, 1996. 261p.
- Camargo, E.C.G. **Desenvolvimento, Implementação e Teste de Procedimentos Geoestatísticos (Krigagem) no Sistema de Processamento de Informações Georreferenciadas (SPRING)**. Dissertação (Mestrado em Sensoriamento Remoto) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1997.
- Camargo, E.C.G.; Monteiro, A.M.V.; Felgueiras, C. A.; Fuks, S.D. Integração de Geoestatística e Sistemas de Informação Geográfica: Uma Necessidade. [CD-ROM]. In: V Congresso e Feira para Usuários de Geoprocessamento da América Latina, 7, Salvador, 1999. **Anais**. Bahia, gisbrasil'99. Seção de Palestras Técnico-Científicas.
- Deutsch, C.V.; Journel, A. G. **GSLIB: Geostatistical Software Library and user's guide**. New York, Oxford University Press, 1992. 339p.
- Isaaks, E. H.; Srivastava R. M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. New York, Oxford University Press, 1989. 560p.
- Journel, A.G. **Fundamentals of geostatistics in five lessons**. California, Stanford Center for Reservoir Forecasting Applied Earth Sciences Department, 1988.
- Matheron, G. **The theory of regionalized variables and its applications**. Paris, Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleu, 1971. 211p.
- Matheron, G. Principles of geostatistics. **Economic Geology**, 58 (8): 1246-1266, 1963.
- Zimmerman D.L. Another look at Anisotropy in Geostatistics. **Mathematical Geology**, 25 (4): 453-470, 1993.