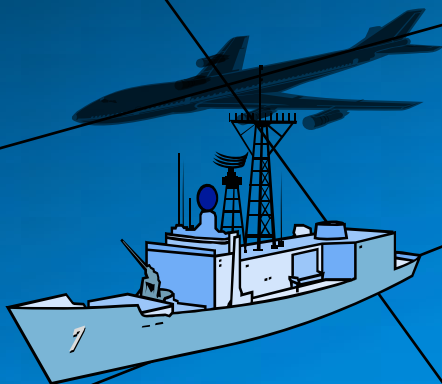
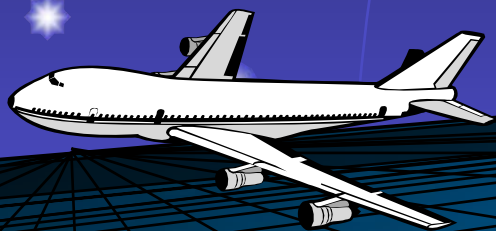


Sistemas de Coordenadas e Referência: CARTESIANOS, GEODÉSICOS E ASTRONÔMICOS





Introdução: *Tipos de Coordenadas*

◆ **Coordenadas Geográficas:**

- **Geodésicas ou Elipsóidicas:** latitudes e longitudes referidas à direção da normal.
- **Astronômicas:** latitudes e longitudes referidas à direção da vertical. Referidas a um ponto da superfície da Terra (topocêntrica).

◆ **Coordenadas Cartesianas:**

- **Terrestre:** os eixos são ortogonais e sua origem está no centro de massa da Terra.
- **Celeste:** os eixos são ortogonais e sua origem está no baricentro do Sistema Solar.



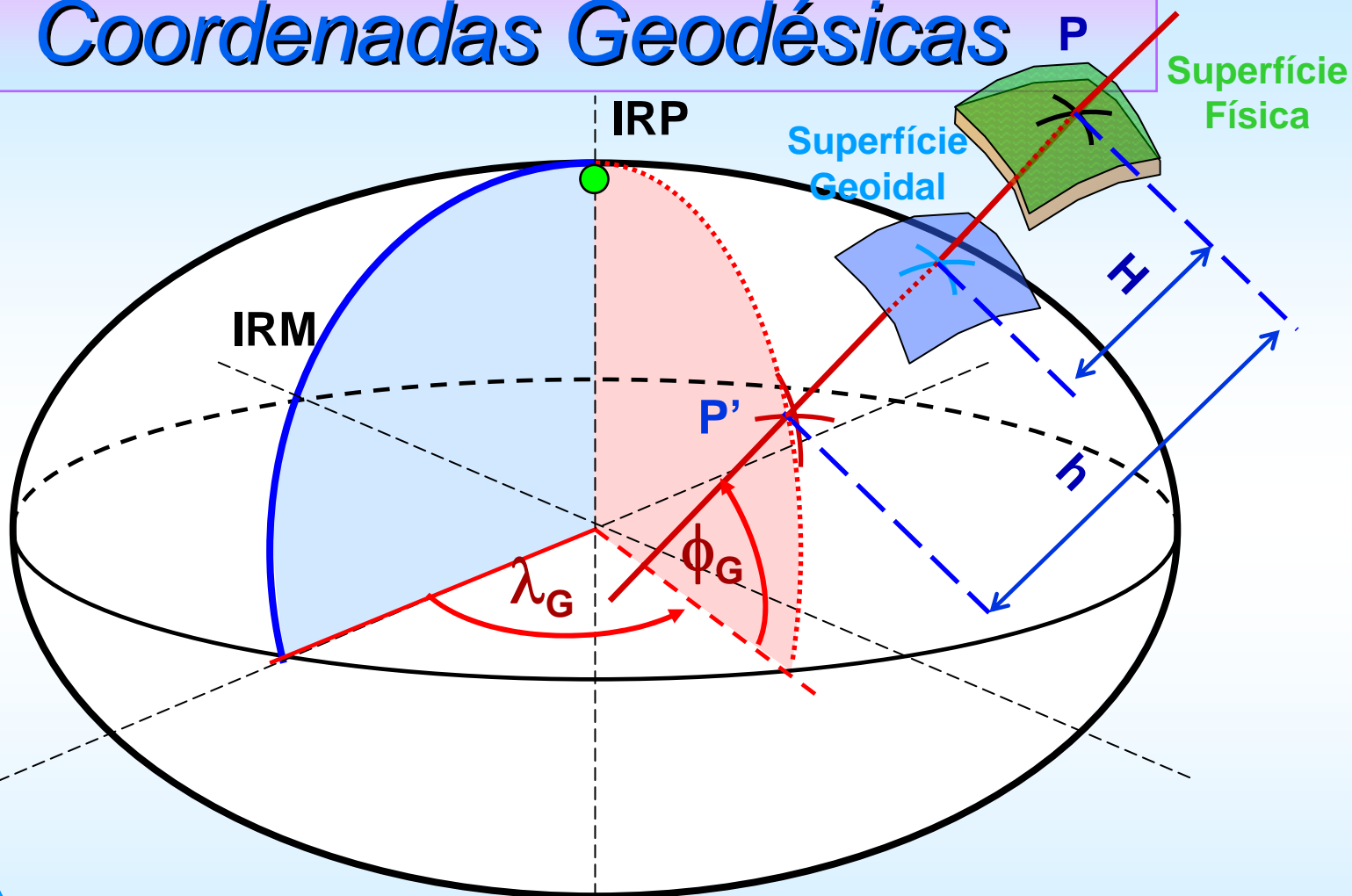


1 - Sistemas de Coordenadas Geográficas

- ◆ As Coordenadas Geográficas foram desenvolvidas com a Navegação e Astronomia de posição.
- ◆ No passado, os navegadores obtinham sua localização na superfície terrestre pela observação dos astros, usando o **Sistema de Coordenadas Geográficas Astronômicas**.
- ◆ Atualmente, a determinação da posição na superfície da Terra é realizada através do rastreamento de satélites artificiais, utilizando o **Sistema de Coordenadas Geográficas Geodésicas**.

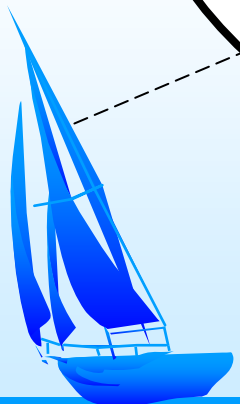


Coordenadas Geodésicas



IRM: International Reference Meridian (antigo Greenwich)

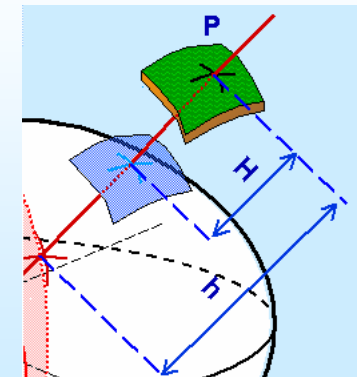
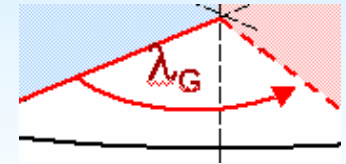
IRP: International Reference Pole (Norte)





Coordenadas Geodésicas

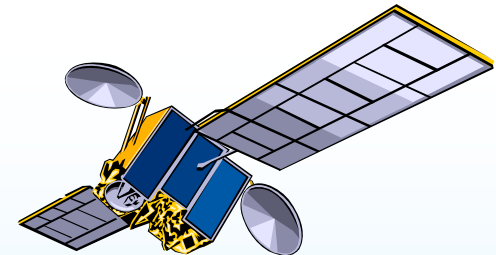
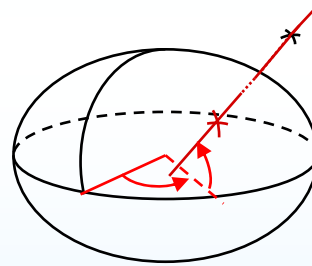
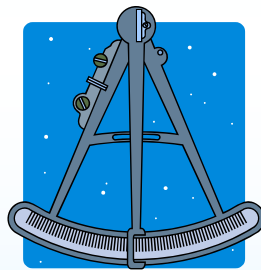
- ◆ λ_G - **Longitude geodésica ou elipsóidica:** ângulo diedro formado pelo meridiano de referência (IRM) e o meridiano local.
- ◆ ϕ_G - **Latitude geodésica ou elipsóidica:** ângulo plano que a normal forma com sua projeção sobre o plano do equador.
- ◆ **h - Altitude geométrica:** separação entre as superfícies física e elipsoidal medida ao longo da normal.
- ◆ **H - Altitude Ortométrica:** separação entre as superfícies física e geoidal medida ao longo da vertical.





Coordenadas Geodésicas

- ◆ As coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) são suficientes para fixar um ponto no espaço. No passado as coordenadas ϕ e λ eram obtidas através da triangulação, enquanto a altitude geométrica era praticamente impossível de ser obtida, pois não havia como obter as alturas geoidais.



- ◆ Com a era espacial, as observações sobre os satélites artificiais permitiram obter as coordenadas cartesianas tridimensionais, que são transformadas no **terno geodésico** (ϕ , λ , h).



Sistema de Coordenadas Astronômicas

Como posicionar um astro na Esfera Celeste ?

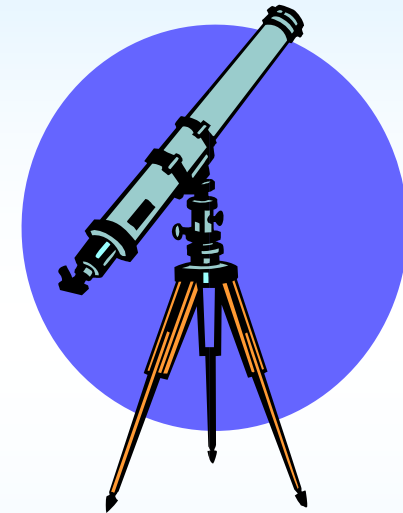
Para definir um Sistema de Coordenadas Astronômicas, são necessários quatro elementos:

- ângulo diedro (abscissa esférica)
- ângulo plano (ordenada esférica)
- distância (indeterminada)
- tempo

Sistema de Coordenadas Astronômicas

Nestes elementos baseiam-se os seguintes Sistemas de Coordenadas Astronômicas:

- Sistema Horizontal ou Zenital
- Sistema Equatorial Horário
- Sistema Equatorial Uranográfico



O que diferencia estes Sistemas são as distintas *referências astronômicas* para a origem de coordenadas

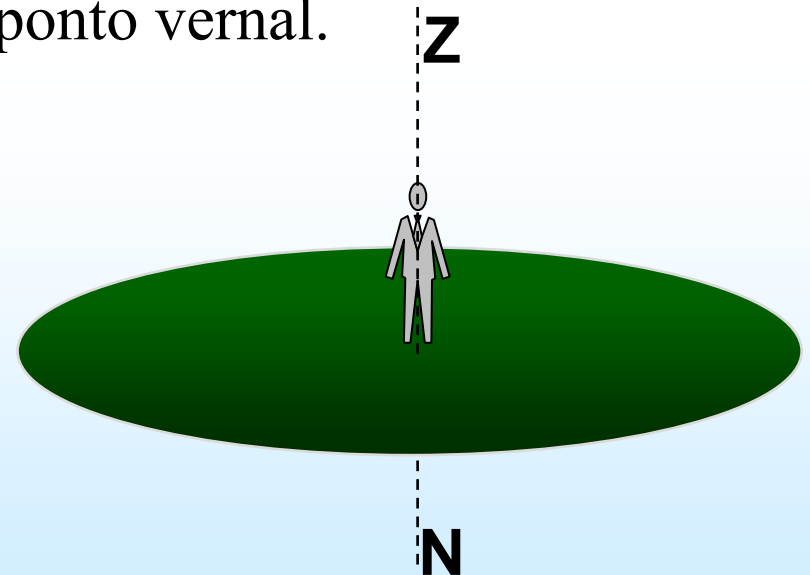
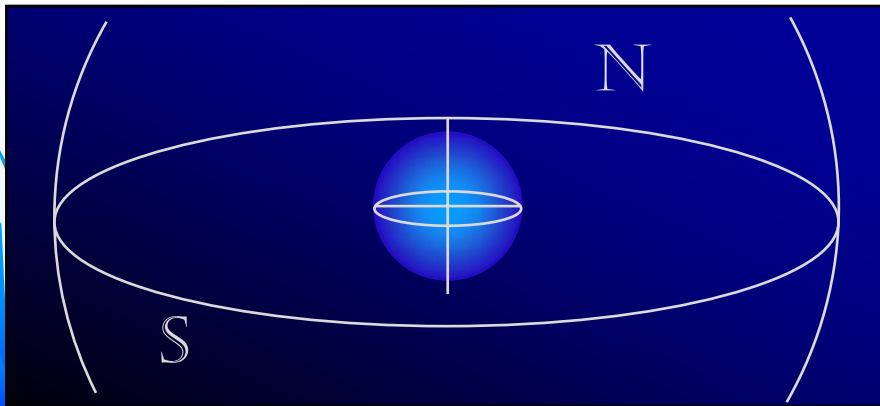




Sistemas de Coordenadas Astronômicas

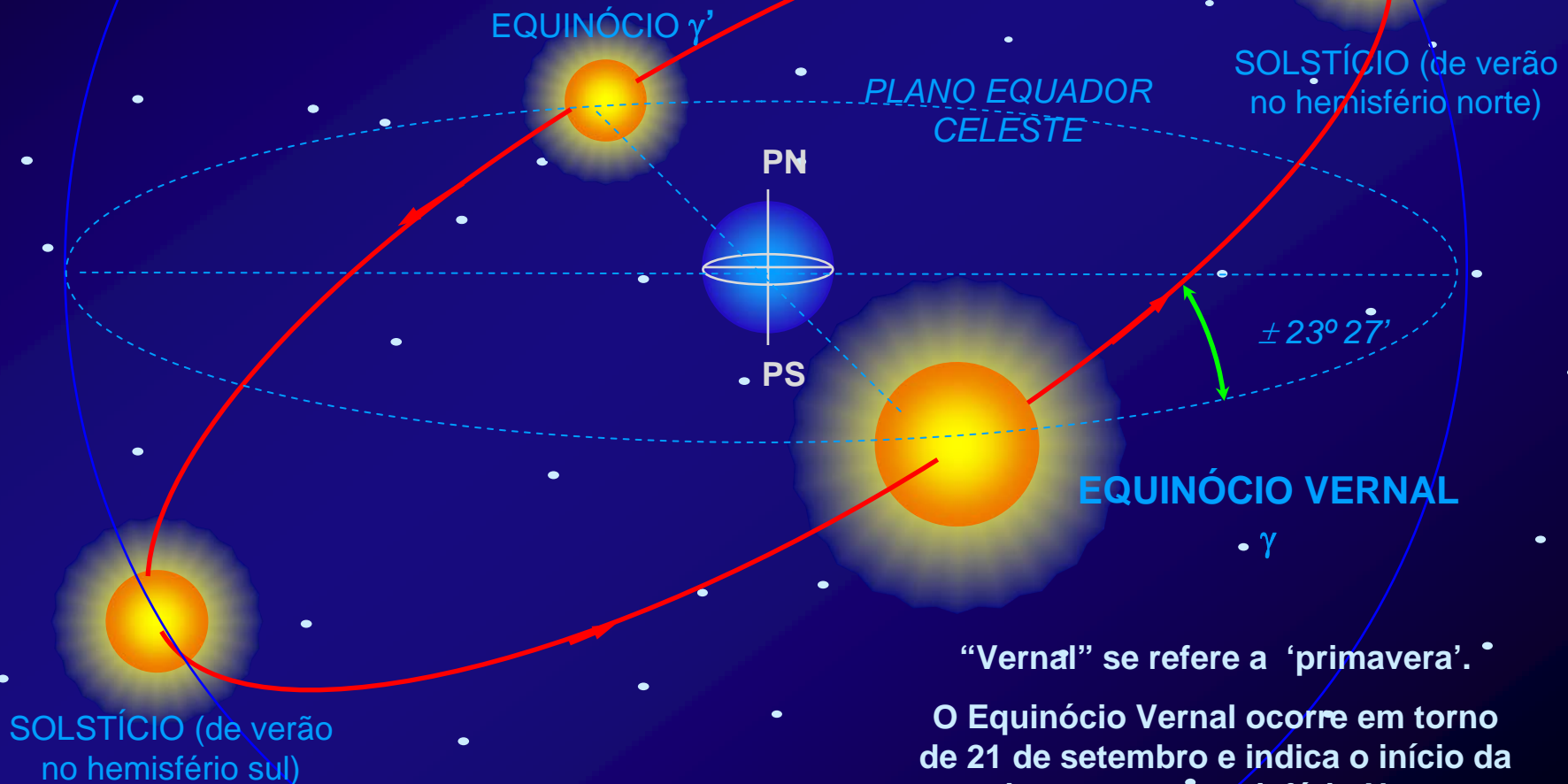
Algumas referências astronômicas:

- Plano do Equador Celeste e Pólos Celestes;
- Plano do Horizonte do Observador, Nadir e Zênite;
- Equinócio de primavera (HN) – ponto vernal.



Posições do Sol na Esfera Celeste

“Equinócio”: duração do dia e da noite são equivalentes



“Vernal” se refere a ‘primavera’.

O Equinócio Vernal ocorre em torno de 21 de setembro e indica o início da primavera no hemisfério Norte.

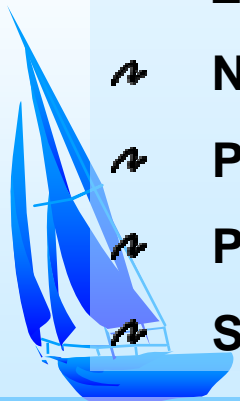
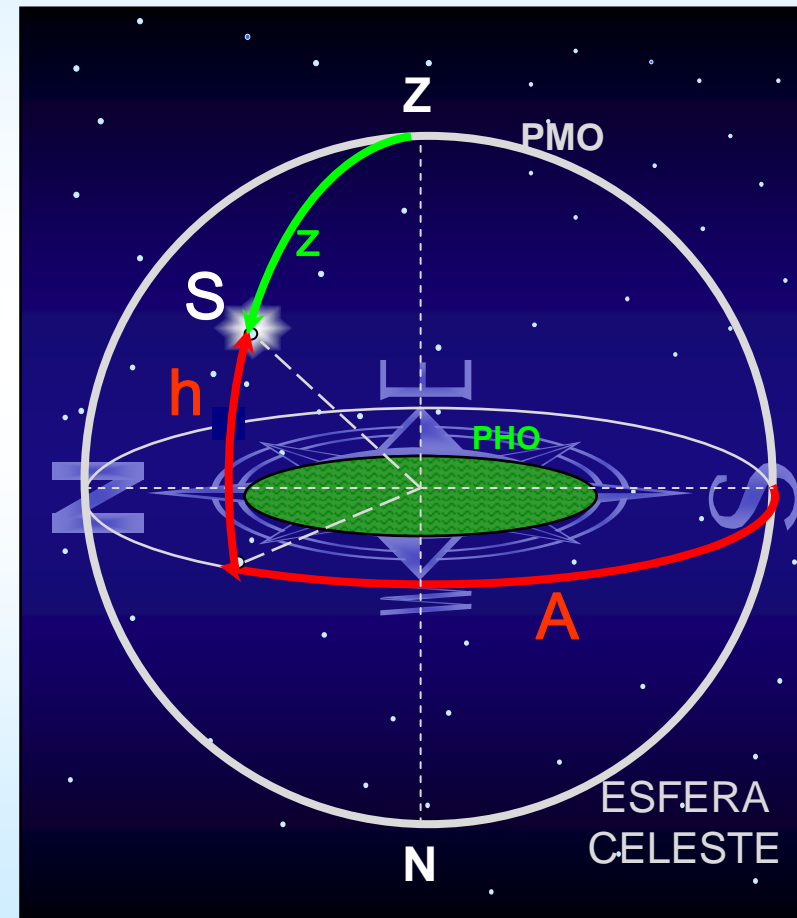


Coordenadas astronômicas

SISTEMA HORIZONTAL ou ZENITAL

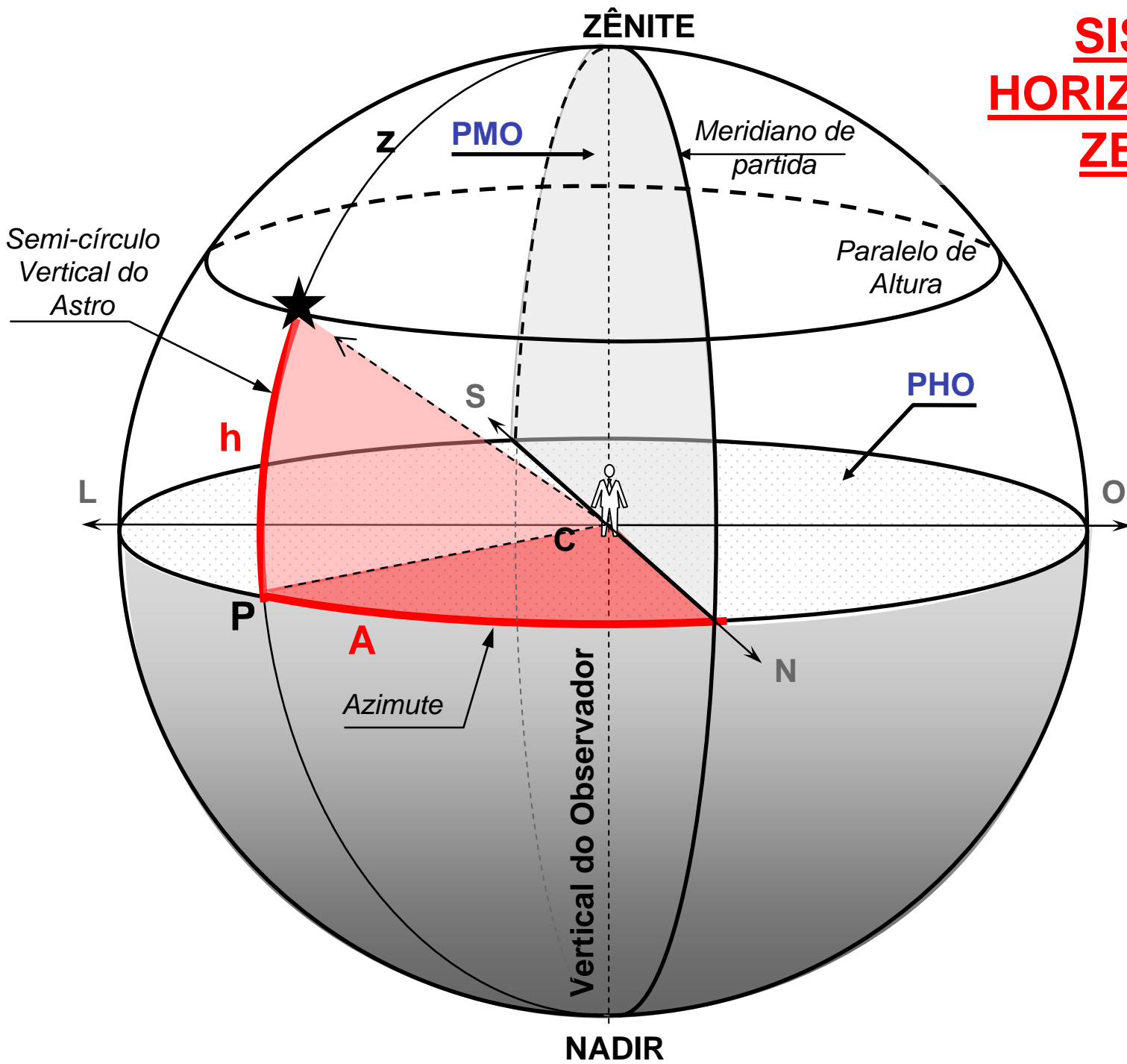
Referências: plano horizontal;
zênite; meridiano do observador

- ↗ **h** – altura angular (0° a 90°)
- ↗ **z** - distância zenital
- ↗ **A** – azimute, a partir do Norte*, sentido oeste (0° a 360°)
- ↗ **Z** – zênite
- ↗ **N** – nadir
- ↗ **PHO**: plano do horizonte do observador
- ↗ **PMO**: plano do meridiano do observador
- ↗ **S**: posição do astro



*alguns astrônomos contam o azimute a partir do Sul

SISTEMA HORIZONTAL ou ZENITAL



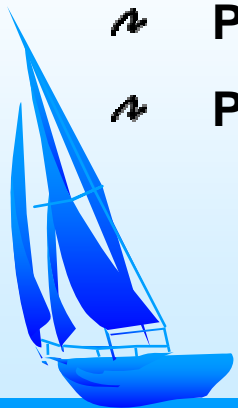
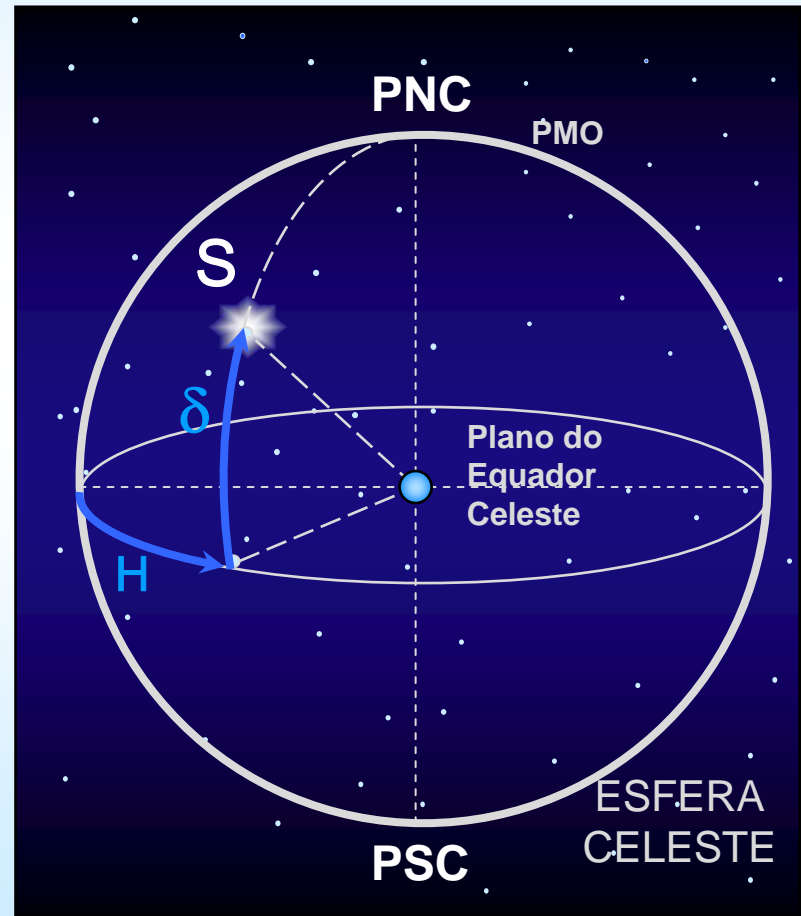


Coordenadas astronômicas

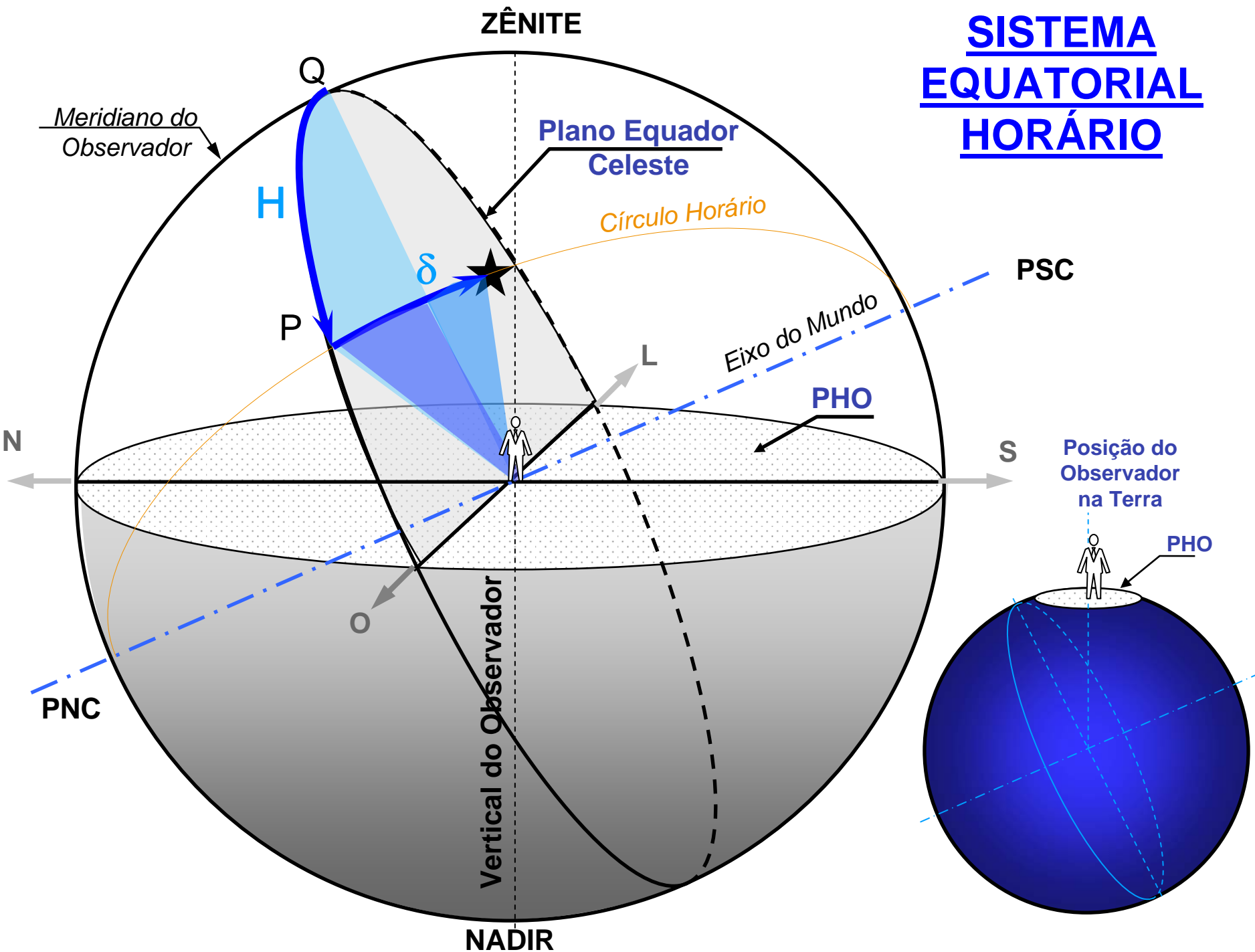
SISTEMA EQUATORIAL HORÁRIO

Referências: equador; pólos celestes; meridiano observador

- ~ δ – declinação (0° a 90°)
- ~ **H** – ângulo anti-horário diedro entre o PMO e o meridiano que contém o astro (0h a 24 hs)
- ~ **PNC** – Pólo Norte Celeste
- ~ **PSC** – Pólo Sul Celeste



SISTEMA EQUATORIAL HORÁRIO



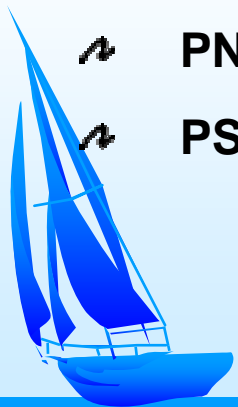
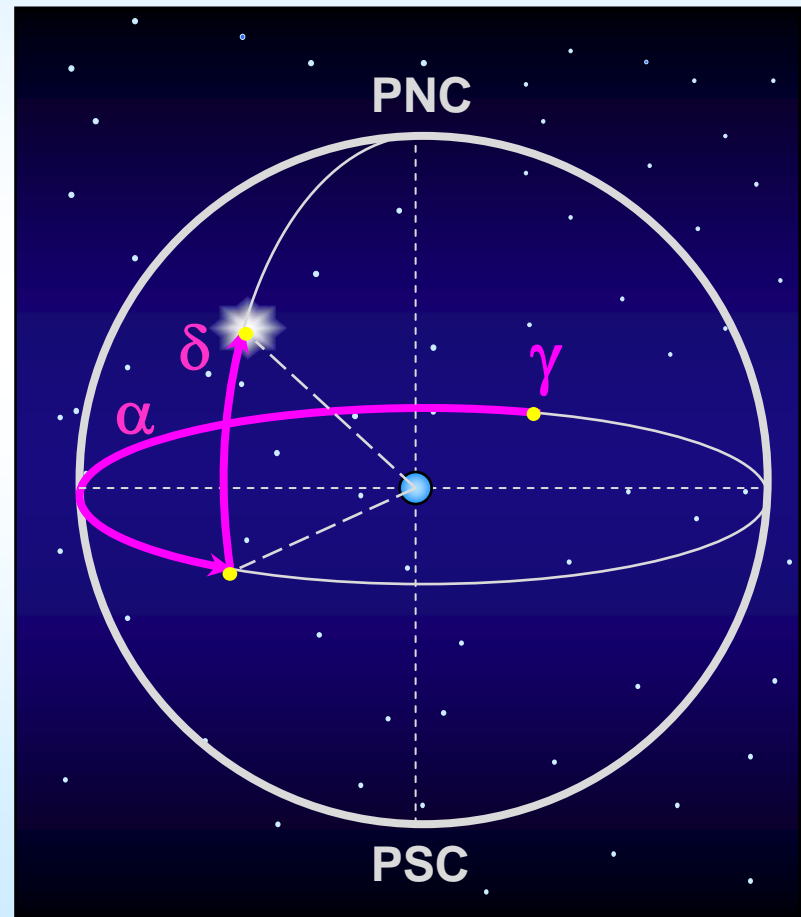


Coordenadas astronômicas

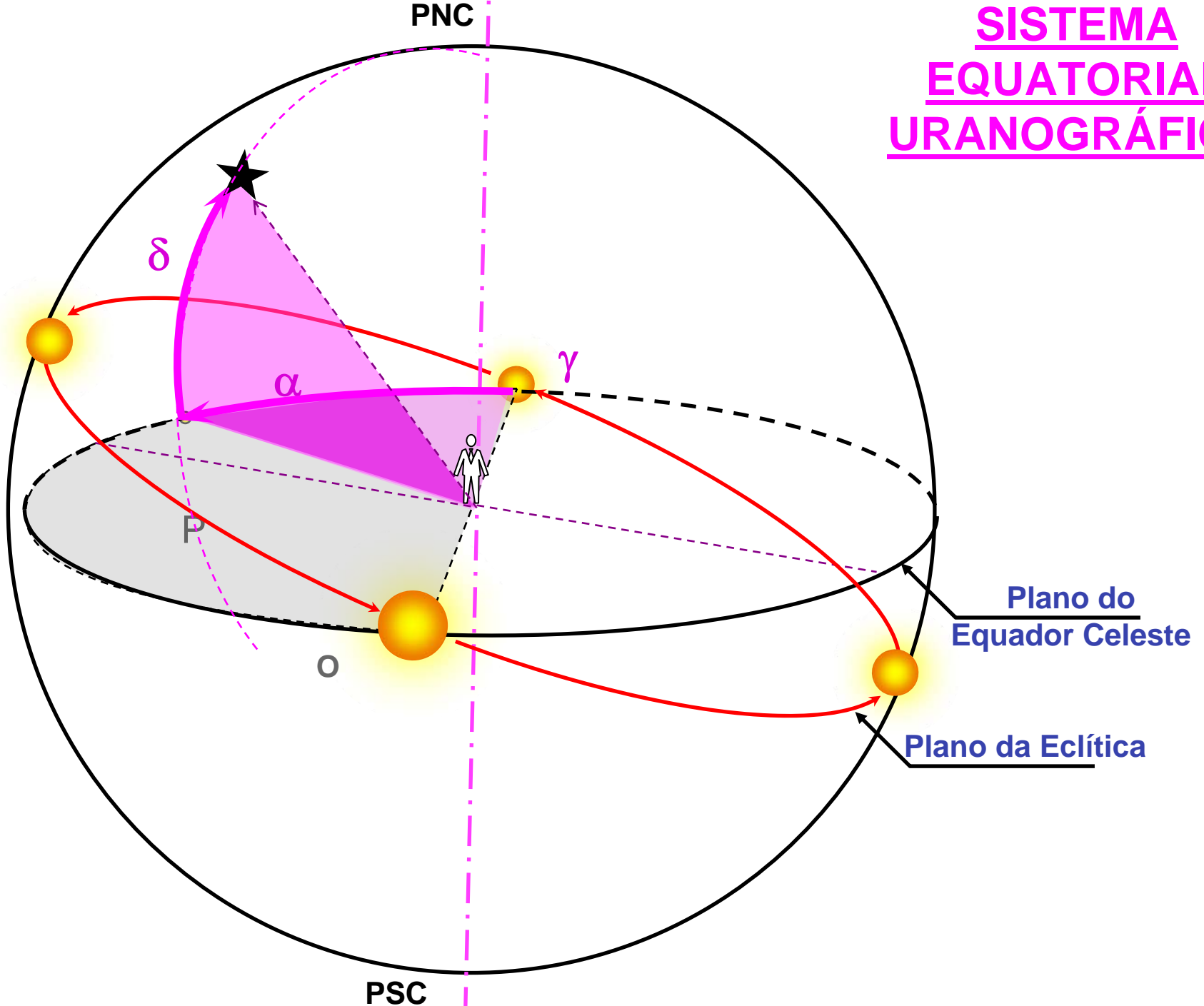
SISTEMA EQUATORIAL URANOGRÁFICO

Referências: equador; pólos celestes; e ponto vernal γ

- ↗ α – ascensão reta, sentido anti-horário (0° a 360° ou 0h a 24h)
- ↗ δ – declinação (-90° a $+90^\circ$)
- ↗ γ – ponto vernal
- ↗ **PNC** – Pólo Norte Celeste
- ↗ **PSC** – Pólo Sul Celeste



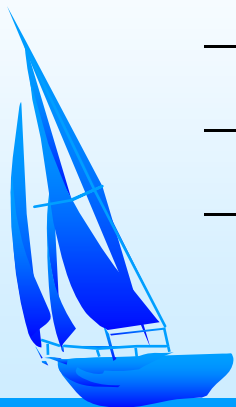
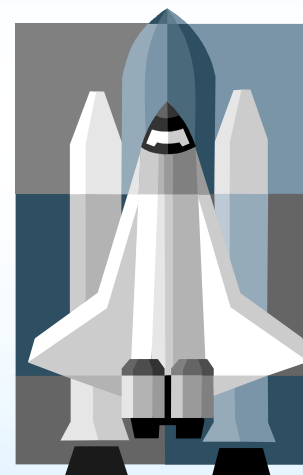
SISTEMA
EQUATORIAL
URANOGRÁFICO



2 - Sistemas de Coordenadas Cartesianas

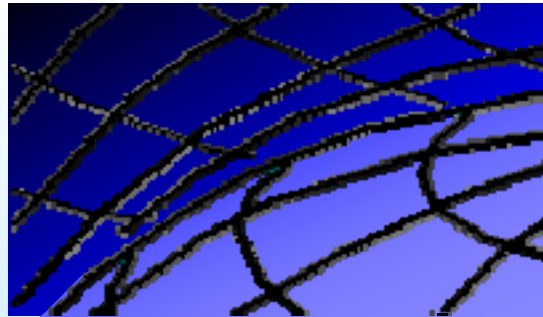
◆ A Era Espacial despertou o interesse por uma série de problemas envolvendo a forma, a dimensão e os movimentos da Terra. Concluiu-se que era necessário estudar, qualificar e quantificar:

- O nível médio do mar;
- O movimento de rotação;
- As marés terrestres e oceânicas;
- O deslocamento em grandes estruturas;
- As variações no eixo de rotação (precessão, nutação, movimento do pólo)



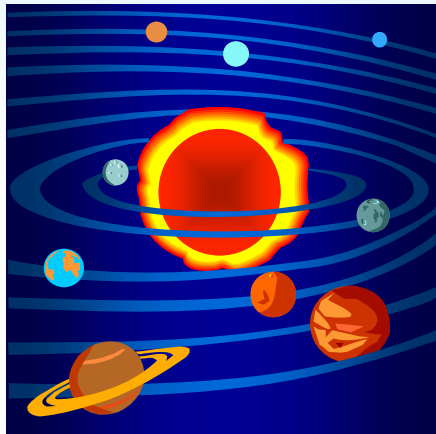


- ◆ Para realizar as referidas tarefas concluiu-se que dois sistemas cartesianos de referência eram necessários e suficientes:
 - **Referencial Cartesiano Celeste**
 - **Referencial Cartesiano Terrestre**



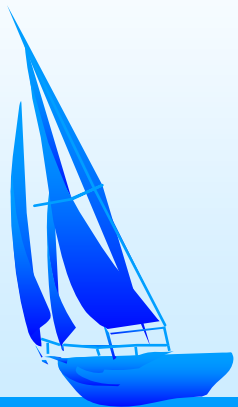


Referencial Cartesiano Celeste



- Origem: Baricentro do sistema solar
- o eixo OX é orientado na direção do Equinócio Vernal para a época J2000.0*
- o eixo OZ é orientado na direção do Pólo Celeste de Referência para a época J2000.0* o eixo OY a 90° de OX completando um sistema dextrógiro.

* (corresponde a 1 de Janeiro de 2000, 11:58:55.816, UTC – Tempo Universal Coordenado)



Referencial Cartesiano Celeste

O referencial celeste é materializado através de um certo número de **quasares** dos quais se conhecem as coordenadas uranográficas (α , δ).

Os quasares estão tão distantes da Terra que se comportam como se fossem objetos fixos no espaço. Com isso, o referencial que eles materializam (celeste) tem fixas a origem e a orientação dos eixos.

As observações aos quasares são conduzidas através do **VLBI (Very Long Baseline Interferometry)**.

VLBI

Materialização do Referencial Celeste pela Interferometria de ondas emitidas por quasares

Quasar

Interferência

Interferência

Rádio Telescópio

Relógio de Hidrogênio
(precisão de 1 seg em
1 milhão de anos!)



Mark III

Fita Magnética

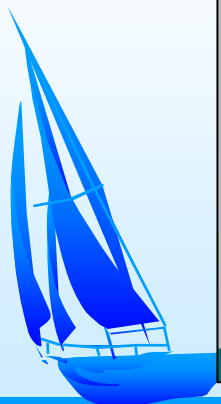
Correlator

Mark III



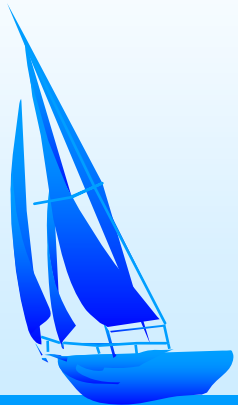


Estações VLBI no mundo





Estação VLBI

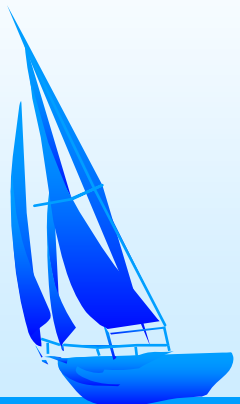
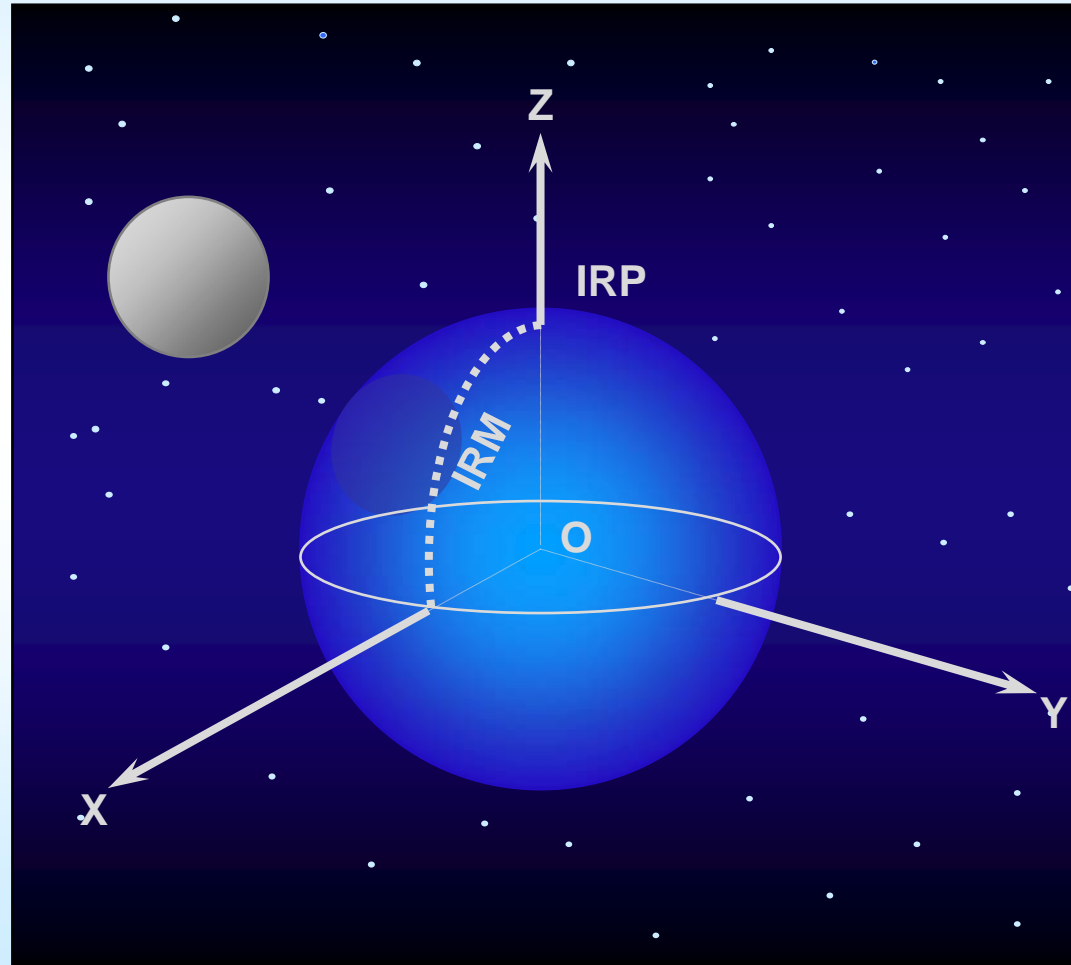


Referencial Cartesiano Terrestre

- Origem: Centro de massa da Terra (geocêntrico);
- o eixo OX é orientado na direção do IRM (International Reference Meridian);
- o eixo OZ é orientado na direção do IRP (International Reference Pole);
- o eixo OY a 90° de OX completando um sistema dextrógiro.



Referencial Cartesiano Terrestre



Sistema Terrestre de coordenadas cartesianas



O Sistema de Referência Terrestre é fixo à Terra. Portanto, rotaciona, translada e sofre mudanças de origem e orientação em relação ao Sistema Celeste.

Uma de suas materializações é o **WGS-84**, utilizado pelo GPS. Outra materialização muito usada atualmente é oriunda das observações da **rede IGS**. Trata-se de um catálogo de coordenadas das estações IGS, bem como, suas velocidades, conhecidas pela sigla ITRF.

ITRF2000 refere-se ao ano 2000.

SIRGAS2000 está referido à época 2000,4.



Vinculação entre os sistemas Terrestre e Celeste



- ◆ A vinculação entre os sistemas terrestre e celeste é essencial em várias aplicações que envolvam Informações Espaciais.
- ◆ No caso da Engenharia Civil, atualmente é possível controlar os deslocamentos das estruturas com confiabilidade utilizando o GPS. Com efeito, os pontos de referência, usados no controle podem ser monitorados em relação ao sistema celeste e, desta forma, garantir a independência da determinação do deslocamento em relação ao referencial.



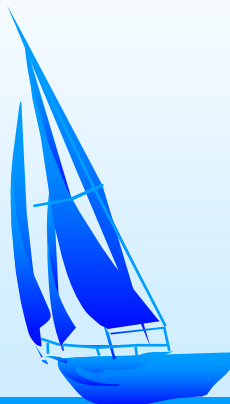
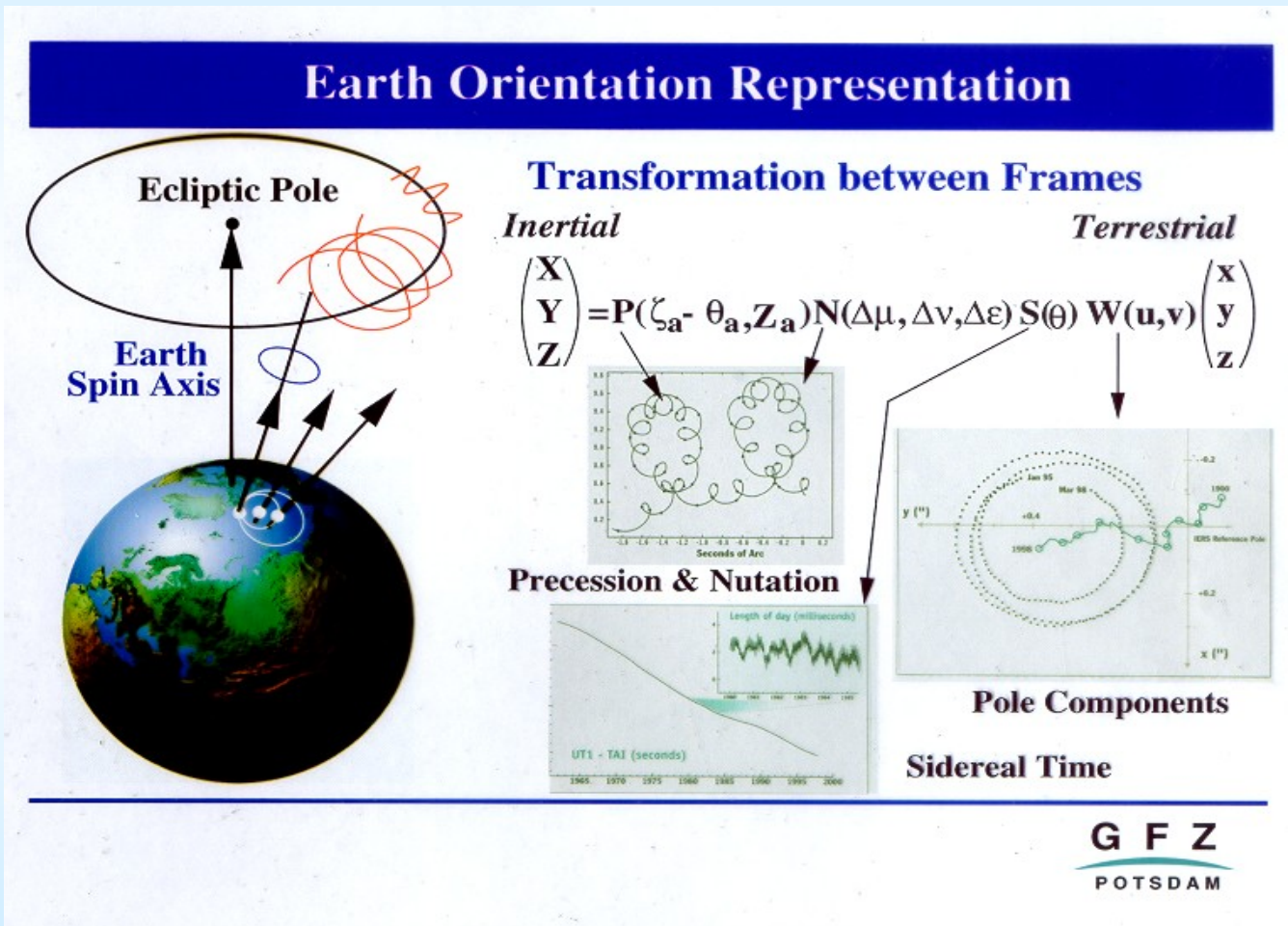
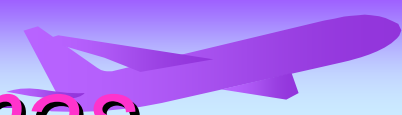
Vinculação entre os sistemas Terrestre e Celeste



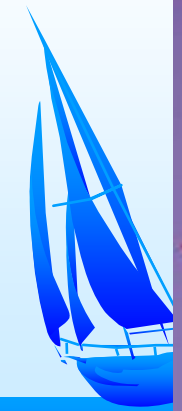
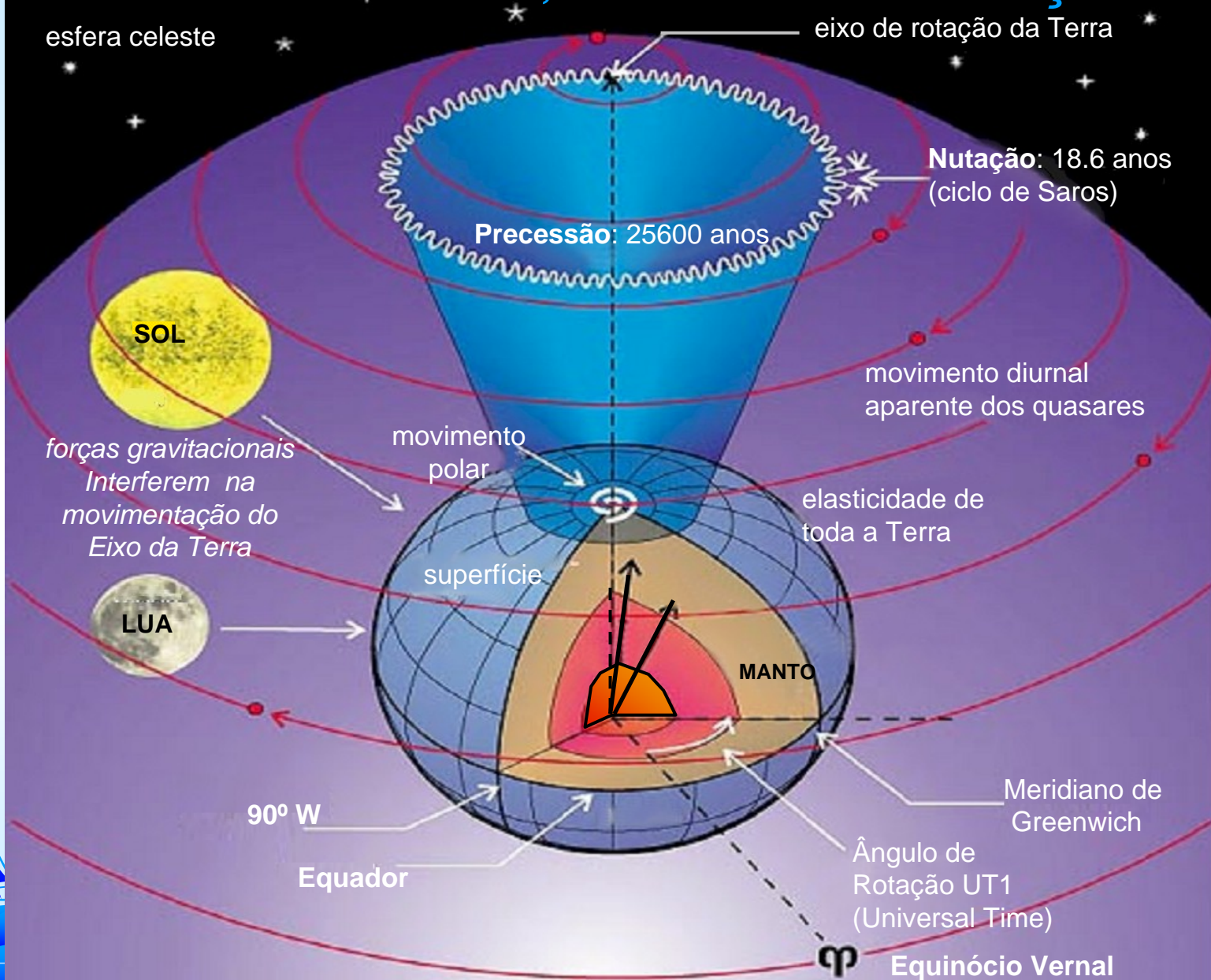
- ◆ A vinculação entre os sistemas terrestre e celeste é dada pelos parâmetros de orientação da Terra: **precessão, nutação, e movimento do pólo**, variáveis com o **tempo sideral**. Os modelos de precessão e nutação são muito bem conhecidos atualmente.
- ◆ A rede IGS (*International GPS Service*) permite monitorar e determinar a variação do movimento de rotação e o movimento do pólo.
- ◆ Com isso pode-se monitorar coordenadas do sistema terrestre (variável) em relação ao celeste (fixo).



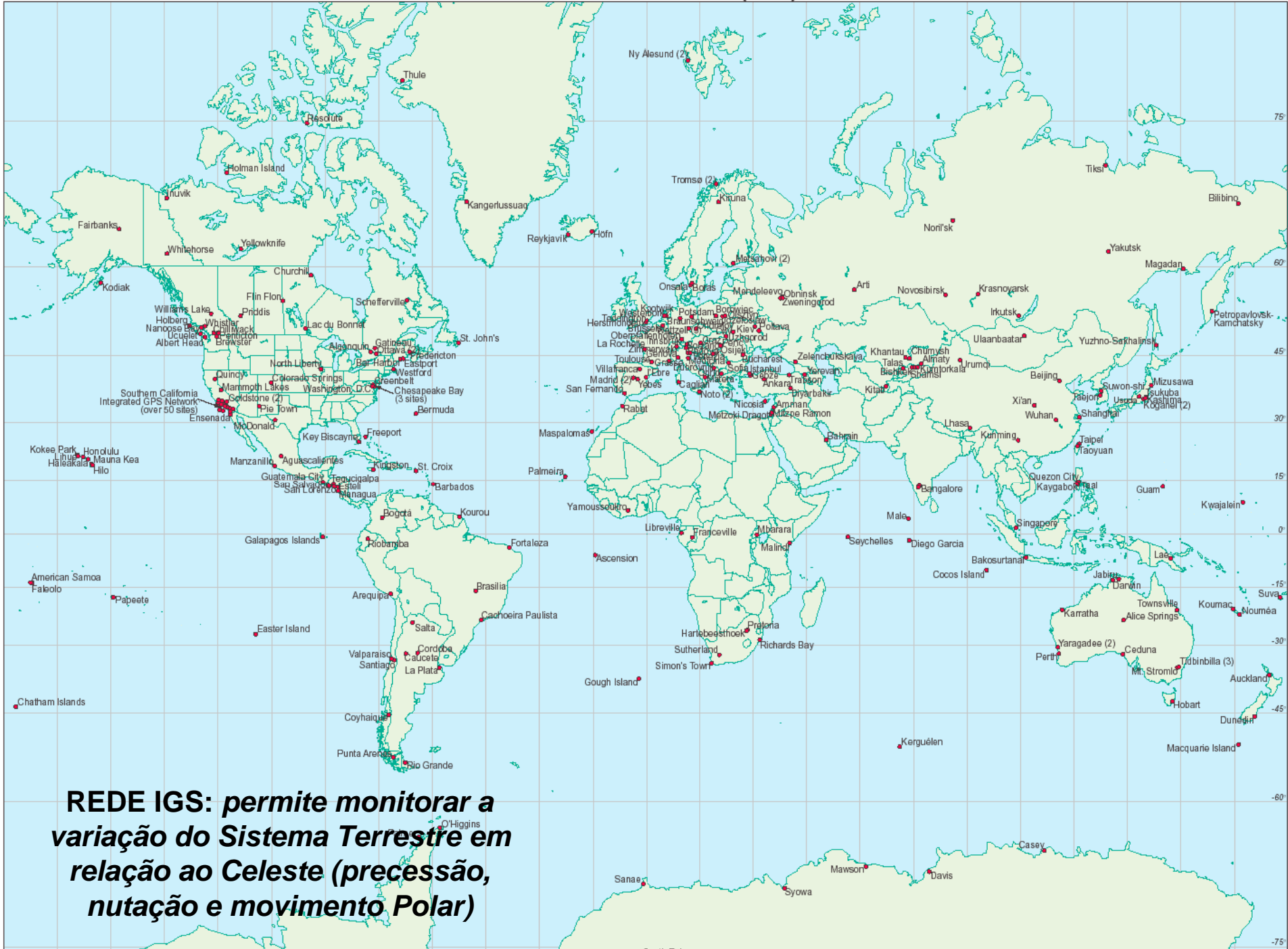
Vinculação entre os sistemas Terrestre e Celeste



Movimentação do Eixo de Rotação Terrestre: Movimento Polar, Precessão e Nutação



INTERNATIONAL GPS SERVICE (IGS) NETWORK



REDE IGS: *permite monitorar a variação do Sistema Terrestre em relação ao Celeste (precessão, nutação e movimento Polar)*

Movimento das placas

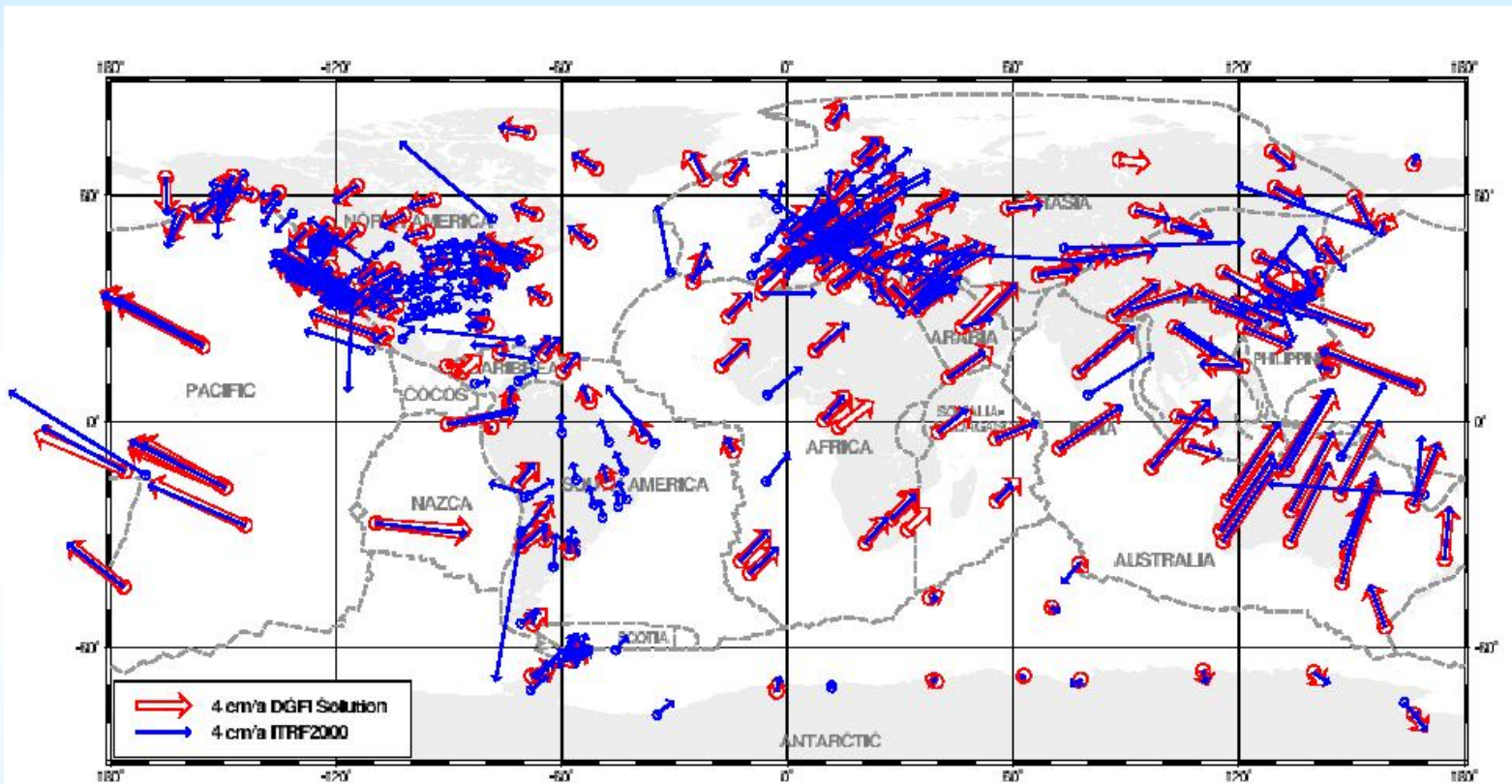
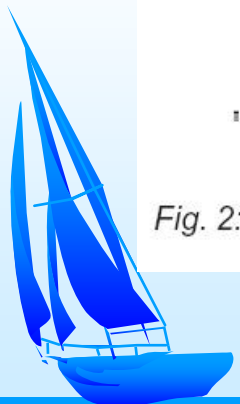


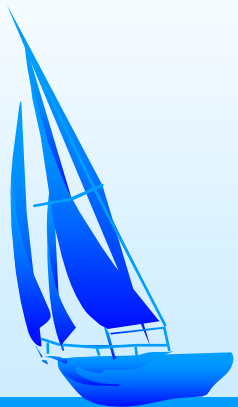
Fig. 2: Station velocities of DGFI solution compared to ITRF2000.





3 – Transformações entre Sistemas de Coordenadas

- ◆ A seguir serão apresentadas as fórmulas para converter as coordenadas entre os Sistemas Geodésico e Cartesiano, e entre diferentes sistemas cartesianos.



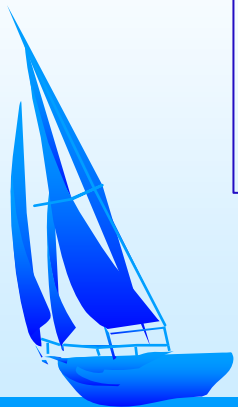


*Transformação de
Coordenadas Geodésicas (φ, λ, h)
 \Rightarrow Cartesianas (X, Y, Z)*

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$Z = (1 - e^2)N + h) \sin \varphi$$





$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = f(2 - f)$$

onde:

h = altitude geométrica

N = grande normal (raio de curvatura da secção 1º vertical)

e = excentricidade do elipsóide

a = semi-eixo maior do elipsóide

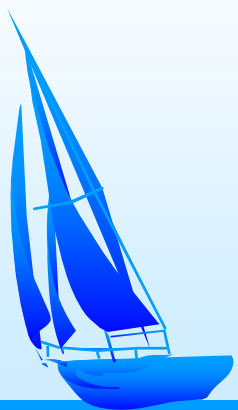
b = semi-eixo menor do elipsóide

f = achatamento do elipsóide

φ = latitude geodésica

λ = longitude geodésica

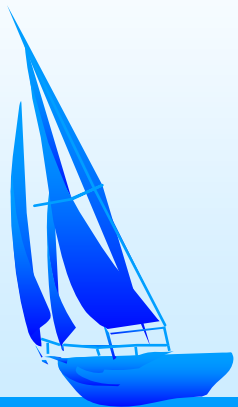
X, Y, Z = coordenadas cartesianas geocêntricas





*Transformação de
Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z)
⇒ Geodésicas (φ, λ, h)*

$$\frac{Y}{X} = \tan\lambda \therefore \lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$





Transformação de Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) ⇒ Geodésicas (φ, λ, h)

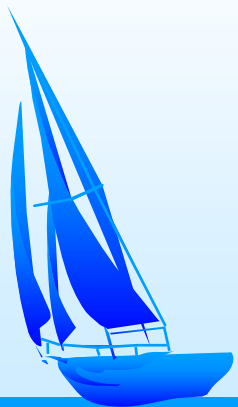
Para o cálculo de φ faz-se necessário uma **iteração**:

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + h)\cos\varphi$$

$$\tan\varphi = \frac{Z}{P} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right)^{-1} \quad (1)$$

$$h = \frac{P}{\cos\varphi} - N \quad (2)$$

Em uma primeira aproximação, faz-se $h = 0$ e obtém-se φ (por 1). Com este φ calcula-se N e depois h (por 2). Com este novo h calcula-se novo φ e assim sucessivamente.





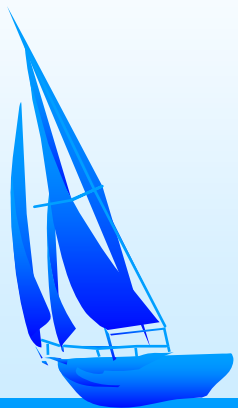
Transformação de Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) ⇒ Geodésicas (φ, λ, h)

Ou de uma forma **direta**:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{Z + e'^2 b \operatorname{sen}^3 u}{\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \operatorname{cos}^3 u} \right)$$

$$\lambda = \arctan \left| \frac{Y}{X} \right|$$

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\operatorname{cos} \varphi} - \bar{N}$$





Transformação de Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) \Rightarrow Geodésicas (φ, λ, h)

$$\sin u = \frac{\tan u}{\sqrt{1 + \tan^2 u}}$$

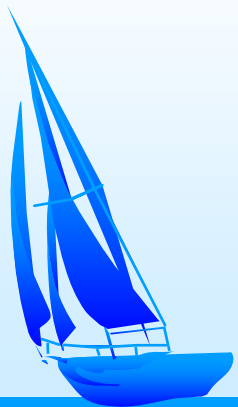
$$\cos u = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 u}}$$

$$\tan u = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \frac{a}{b}$$

$$b = a(1 - \alpha)$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2$$

$$\overline{N} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$





Parâmetros de Translação entre os Sistemas de Coordenadas

De WGS84 \Rightarrow SAD69

$$\Delta x = +66,87 \text{ m}$$

$$\Delta y = -4,37 \text{ m}$$

$$\Delta z = +38,52 \text{ m}$$

De SAD69 \Rightarrow WGS84

$$\Delta x = -66,87 \text{ m}$$

$$\Delta y = +4,37 \text{ m}$$

$$\Delta z = -38,52 \text{ m}$$

De C. Alegre \Rightarrow SAD69

$$\Delta x = -138,70 \text{ m}$$

$$\Delta y = +164,40 \text{ m}$$

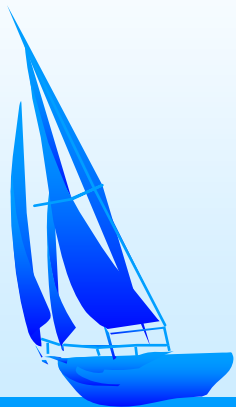
$$\Delta z = +34,40 \text{ m}$$

De SAD69 \Rightarrow C. Alegre

$$\Delta x = +138,70 \text{ m}$$

$$\Delta y = -164,40 \text{ m}$$

$$\Delta z = -34,40 \text{ m}$$





Exercício

Dadas as coordenadas geodésicas no sistema WGS 84:

$$\varphi = -23^{\circ} 33' 47,29'', \lambda = -46^{\circ} 43' 24,03'', h = 746,2 \text{ m}$$

bem como, os parâmetros de transformação do Sistema SAD 69 para o sistema WGS 84 (geocêntrico):

$$\Delta x = -66,87 \text{ m}, \Delta y = +4,37 \text{ m}, \Delta z = -38,52 \text{ m}$$

e ainda, os elementos do elipsóide WGS 84:

$$a = 6378137 \text{ m}, e^2 = 0,00669438$$

Pede-se:

- As coordenadas cartesianas geocêntricas;
- As coordenadas cartesianas no sistema SAD 69;
- As coordenadas geodésicas no sistema SAD 69.

