

# Inferência Estatística

Lista 3 - Estimação pontual e intervalar

Professor: Wagner Hugo Bonat - LEG/UFPR

1. Seja  $X_i : i = 1, \dots, n$  uma v.a i.i.d, cada uma com f.d.p  $\theta \exp^{-\theta x}$  para  $(x \geq 0)$ . Escreva a função de verossimilhança e a log-verossimilhança para  $\theta$ , dado os dados  $x_i : i = 1, \dots, n$ . Procure o estimador de máxima verossimilhança. Ele é não viciado ?
2. O mesmo que em 1, exceto que  $f(x) = \phi^{-1} \exp^{-x/\phi}$  para  $(x \geq 0)$
3. Seja  $X_i$  v.a independentes com f.d.p  $f(x) = 1/\theta$ ,  $(0 \leq x \leq \theta)$ . Procure o EMV para  $\theta$ . Qual a distribuição de  $\hat{\theta}$  ? Prove que  $\hat{\theta}$  é consistente.
4. Seja  $X_i$  v.a independentes com f.d.p  $f(x) = 2\theta x \exp^{-\theta x^2}$  para  $(x \geq 0)$ . Mostre que  $\sum_{i=1}^n x_i^2$  é suficiente para  $\theta$ . Procure o estimador de máxima verossimilhança. Construa um intervalo de confiança baseado na Deviance usando  $c = 2,706$ , usando os seguintes dados.  $x_i = 2.063; 1.883; 2.144; 2.491; 1.677; 3.365; 0.979; 2.549; 0.318; 1.704; 0.926; 2.671$ .
5. Suponha que  $X_i : i = 1, \dots, n$  são v.a independentes com fdp  $f(x; \theta)$ . Em cada caso, escreva a verossimilhança e calcule o limite de Cramer-Rao.
  - $f(x; \theta) = 2\theta x \exp^{-\theta x^2} : x \geq 0$ .
  - $f(x; \theta) = (2\pi)^{-1/2} \exp^{-1/2(x-\theta)^2}$ .
  - $f(x; \theta) = (2\pi)^{-1/2} \exp-x^2/2\theta$ .
6. Para cada um dos casos acima procure o estimador de Máxima Verossimilhança de  $\theta$ .
7. Seja  $X_i : i = 1$ , são v.a mutuamente independentes com fdp dada por  $f(x; \theta) = \pi^{-1}(1 + (x - \theta)^2)^{-1}$  com  $-\infty \leq x \leq \infty$ . Desenhe a log-verossimilhança no caso  $n = 5$ , usando os dados abaixo. Obtenha um intervalo de confiança de 95%. Comente criticamente.  $x_i = 4.2; 0.7; 2.5; 1.9; 7.9$ . Use a aproximação para a Normal e a aproximação para a Deviance.