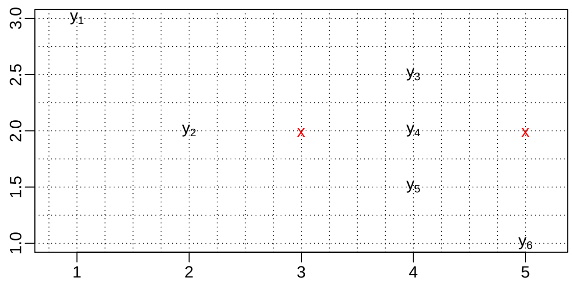
CE063 - Lista de exercícios de contas básicas de IDW e krigagem

Paulo Justiniano Ribeiro Jr e Elias T. Krainski

Abril, 2019

Considere a figura a seguir. O objetivo é predizer o valor para cada uma das duas localizações assinaladas em vermelho, baseando-se em informações de $y_1, ..., y_6$ coletadas nas posições respectivamente assinaladas.



1. **IDW** é uma técnica, do inglês *Inverse Distance Weighting*, que considera como pesos alguma função do inverso da distância entre os pontos com dados observados e o novo local. Neste caso os pesos são dados por $\frac{1}{w_0}\frac{1}{d_i^p}$ em que d_i é a distância da localização da i-ésima observação até o novo local, $p > 0$ e $w_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i^p}$ é usado para que os pesos somem 1.

a. Calcule a distância entre cada ponto com dados e os dois pontos nos quais deseja-se predizer.

b. Calcule o valor dos pesos usando **IDW** considerando $p = 0.5$, $p = 1$ e $p = 2$.

c. Comente sobre os resultados para os diferentes valores de p.

2. **Krigagem** é uma técnica de interpolação que considera estrutura de correlação. Dado um conjunto de n observações, y, coletadas em um conjunto de n localizações,
supõe-se uma distribuição Normal multivariada (n-variada)

$$y \sim N(\mu, \Sigma)$$

em que Σ é modelada considerando uma função de correlação válida, por exemplo, uma função $\rho(h, \phi)$, tal que, $\Sigma_{i,j} = \sigma^2 \rho(h = d_{i,j}, \phi)$, em que σ^2 é a variância e ϕ é o parâmetro de alcance. Quando μ é uma constante, temos a krigagem simples. Neste caso, a predição para um local não observado é dada por

$$y_0 = y'\Sigma^{-1}\Sigma_0 = y'w$$

em que Σ_0 é um vetor n dimensional com a covariância calculada em função da distância entre cada um dos n pontos com dados observados e o ponto sem dado observado, novo ponto, para o qual se deseja fazer a predição.
Assim, $w = \Sigma^{-1}\Sigma_0$ é o vetor de pesos obtidos pela krigagem, isto é, o peso de cada observação na predição para o novo local.

a. Mostre que os pesos da krigagem simples não dependem da variância, apenas da correlação.

b. Considere a seguinte função de correlação espacial:

$$\rho(h) = \mathrm{e}^{-\frac{h}{\phi}}$$

e calcule o valor dos pesos de krigagem considerando $\phi = \{1\}$ e $\phi = \{3\}$.

3. Comente as diferenças entre os pesos obtidos pelo método **IDW** com os pesos obtidos pela krigagem simples.