CE055-Bioestatística A
Soluções dos Exercícios de Probabilidade

1. Cada vez que um indivíduo recebe produtos derivados de sangue, há uma chance de 2% dele desenvolver hepatite sérica. Um indivíduo recebe produtos derivados de sangue em 45 ocasiões. Qual é a chance dele desenvolver hepatite sérica?

   RESP: P(ter hepatite)=1-P(não ter hepatite)= $1 - 0,98^{45} = 0,597$

2. Um ensaio clínico para avaliar o efeito de um tratamento na mortalidade de uma doença consiste de pares de pacientes: um membro de cada par recebe o novo tratamento, enquanto o outro recebe um tratamento controle. Ao final do período de observação, existem quatro respostas mutuamente exclusivas para cada par: ambos morrem, ambos sobrevivem, o membro sob o novo tratamento sobrevive enquanto o membro do tratamento controle morre, ou o membro do tratamento controle sobrevive enquanto o membro do novo tratamento morre. Sejam p_T e p_C, respectivamente, as probabilidades de morte dos sujeitos sob o novo tratamento e o tratamento controle, pergunta-se:

   (a) Quais são as probabilidades de cada um dos quatro resultados mutuamente exclusivos para o par tratamento-controle?

   RESP: P(ambos morrerem)= $\pi_T\pi_C$, P(ambos sobreviverem)= $(1-\pi_T)(1-\pi_C)$, P(Tratamento sobreviver e Controle morrer)= $(1-\pi_T)\pi_C$, P(Controle sobreviver e Tratamento morrer)= $(1-\pi_C)\pi_T$

   (b) Pares em que um membro sobrevive enquanto o outro morre são chamados "não empatados". Qual será a proporção de pares não empatados?

   RESP: P(pares não empatados)= $(1-\pi_T)\pi_C + (1-\pi_C)\pi_T$

   (c) Dentre os pares não empatados, qual será a proporção de pares em que o membro do novo tratamento sobreviverá e o membro do tratamento controle morrerá?

   RESP: P(pares em que tratamento sobrevive e controle morre dentre os pares não empatados)= $\{(1-\pi_T)\pi_C\}/\{(1-\pi_T)\pi_C + (1-\pi_C)\pi_T\}$

3. Um pesquisador desenvolve um teste de varredura para câncer. Ele usa este teste de varredura em pacientes com câncer e pacientes sem câncer, e ele descobre que o teste tem uma taxa de falsos positivos de 5% (ou seja, resultados positivos no teste em pacientes sem câncer) e uma taxa de falsos negativos de 20% (ou seja, resultados negativos no teste em pacientes com câncer). Ele agora aplicará este teste a uma população com 2% de câncer indetectado. Encontre a chance de que alguém com um resultado positivo tenha de fato o câncer; além disso, encontre a chance de que alguém com um resultado negativo no teste na verdade tenha câncer.

   RESP: A chance de que alguém com um resultado positivo tenha de fato câncer é calculado por:

Evento	Notação	Probabilidade
Com câncer	D_+	0,02
Sem câncer	D_-	0,98
Teste Positivo em pacientes com câncer	$T_+\|D_+$	0,80
Teste Positivo em pacientes sem câncer	$T_+\|D_-$	0,05
Paciente com teste positivo ter câncer	$D_+\|T_+$	?

Usando a definição de probabilidade condicional temos: $P(D_+|T_+) = P(D_+ \cap T_+)/P(T_+) = P(T_+ \cap D_+)/P(T_+) = \{P(T_+|D_+)P(D_+)\}/P(T_+)$

Note que $P(T_+) = P(T_+ \cap D_+) + P(T_+ \cap D_-) = P(T_+|D_+)P(D_+) + P(T_+|D_-)P(D_-) = (0,80 \times 0,02) + (0,05 \times 0,98) = 0,065$.

Portanto $P(D_+|T_+) = (0,80 \times 0,02)/0,065 = 0,246$

A chance de que alguém com um resultado negativo no teste na verdade tenha câncer pode ser obtido de forma similar:

Evento	Notação	Probabilidade
Teste Negativo em pacientes com câncer	$T_-\|D_+$	0,20
Teste Negativo em pacientes sem câncer	$T_-\|D_-$	0,95
Paciente com teste negativo ter câncer	$D_+\|T_-$	?

$P(D_+|T_-) = (0,02 \times 0,20)/(0,02 \times 0,20 + 0,98 \times 0,95) = 0,004$

4. Uma industria farmacêutica afirma que um certo medicamento alivia os sintomas de angina pectoris em 80% dos pacientes. Você prescreve este medicamento a 5 dos seus pacientes com angina mas somente 2 relatam alívio dos sintomas. Assumindo que a afirmação do fabricante é verdadeira, qual é a chance de se obter resultados tão ruins ou piores do que os que você observou?

   RESP: P(0, 1 ou 2 sucessos dentre 5 pacientes)$= 0,2^5 + (5 \times 0,8 \times 0,2^4) + (10 \times 0,8^2 \times 0,2^3) = 0.05792$

5. Num grande grupo de pacientes coronarianos, sabe-se que os níveis de colesterol sérico seguem uma distribuição aproximadamente normal. Foi observado que 10% do grupo tinham níveis de colesterol abaixo de 182,3 mg/100 ml enquanto que 5% tinham valores acima de 359,0 mg/100 ml. Qual é a média e o desvio-padrão da distribuição?

   RESP:média= $260mg/100ml$ e desvio-padrão=$60mg/100ml$.

   Seja X o nível de colesterol sérico.

   $P(X < 182,3) = 0,10$ e $P(X > 359,0) = 0,05$

   O valor 182,3 e 359,0 equivalem na distribução normal padrão aos seguintes valores: $\frac{182,3-\mu}{\sigma} = -1.28$ e $\frac{359,0-\mu}{\sigma} = 1.64$ Temos assim duas equações e duas incógnitas. Resolvendo o sistema temos: $\mu = 259.76mg/100ml$ e $\sigma = 60.51mg/100ml$.