

CE-009: Introdução a Estatística - Turma: A, 1ª Aval. Semanal (22/03/2017)

GRR: _____ Nome: _____

- Um determinado exame tem probabilidade de 0,85 de detectar uma doença enquanto que um segundo tipo de exame tem probabilidade de 0,70. A doença é considerada presente se algum dos exames é positivo. Considere que um material com a doença vai ser testado por ambos exames.
 - Descreva os eventos relevantes com uma notação apropriada.
 - Forneça o espaço amostral na forma de um conjunto e aponte suas características (finito ou infinito, enumerável ou não enumerável, equiprovável ou não).
 - Defina em notação o evento “a doença é detectada” e forneça o conjunto que define este evento.
 - Qual a probabilidade da doença ser detectada?
 - Qual a suposição feita no cálculo da probabilidade do anterior?
 - Se três materiais com a doença forem testados com ambos exames, qual a probabilidade de que todos deem (falso) “negativo”.

Solução:

(a) **Notação:**

A : doença detectada no primeiro exame

B : doença detectada no segundo exame

DD : a doença é detectada

$$P[A] = 0,85$$

$$P[B] = 0,70$$

(b) $\Omega = \{(AB), (A\bar{B}), (\bar{A}B), (\bar{A}\bar{B})\}$.

O espaço amostral é *finito, enumerável e não equiprovável*.

(c) $DD = \{(AB), (A\bar{B}), (\bar{A}B)\}$.

(d) $P[DD] = P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = P[A] + P[B] - P[A] \cdot P[B] = 0,85 + 0,70 - 0,85 \cdot 0,70 = 0,955$

(e) Independência entre os resultados dos dois exames.

(f) Supondo independência entre materiais e exames:

$$P[DD]^3 = 0,871$$

- Um material genético de feijão em desenvolvimento foi testado quanto à resistência a duas doenças que afetam comumente a cultura. Os resultados de 100 exames são resumidos na tabela a seguir.

resistência à doença B	resistência à doença A	
	alta	baixa
alta	80	9
baixa	6	5

Denote por A o evento *o material tem alta resistência à doença A* e por B o evento *o material alta resistência à doença B*.

(a) Obtenha: $P[A]$, $P[A \cap B]$, $P[A^c]$, $P[A^c \cap B^c]$, $P[A^c \cup B]$.

(b) Obtenha: $P[A|B]$, $P[B|A]$, $P[A|B^c]$, $P[B^c|A]$, $P[B|A^c]$.

(c) Se um material é selecionado ao acaso qual a probabilidade de ter:

- alta resistência a A e baixa a B?
- alta resistência a B e baixa a A?

(d) os eventos alta resistência a ambas doenças são mutuamente exclusivos? (justifique)

(e) os eventos alta resistência a ambas doenças são independentes? (justifique)

Solução:

```
> m <- matrix(c(80,6,9,5),ncol=2,dimnames=list(c("A","A^c"),c("B","B^c")))
> m

      B B^c
A    80  9
A^c  6  5

> mp <- prop.table(m)
> mp

      B B^c
A    0.80 0.09
A^c 0.06 0.05
```

(a)

- $P[A] = 0.89$
- $P[A \cap B] = 0.8$
- $P[A^c] = 0.11$
- $P[A^c \cap B^c] = 0.05$
- $P[A^c \cup B] = P[A^c] + P[B] - P[A^c \cap B] = 0.91$

(b)

- $P[A|B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]} = 0.93$
- $P[B|A] = \frac{P[A \cap B]}{P[A]} = 0.9$
- $P[A|B^c] = \frac{P[A \cap B^c]}{P[B^c]} = 0.64$
- $P[B^c|A] = \frac{P[B^c \cap A]}{P[A]} = 0.1$
- $P[B|A^c] = \frac{P[A^c \cap B]}{P[A^c]} = 0.55$

(c)

- $P[B \cap A^c] = 0.06$
- $P[A \cap B^c] = 0.09$

(d) Não, pois $P[A \cap B] \neq 0$, isto é, os eventos ter alta resistência a ambas doenças possuem intersecção, por isso não são mutuamente exclusivos. No contexto do exemplo, isto significa, por exemplo, que é possível ter resistência a ambas doenças ao mesmo tempo.

(e) $P[A \cap B] \neq P[A] \cdot P[B]$, isto é, o produto das marginais difere dos valores observados, por isso sabemos que os eventos não são independentes. No contexto do exemplo, as chances de ter resistência a uma doença são diferentes quando se tem ou não resistência à outra. Dizendo de outra forma, a probabilidade *marginal* (em todo universo) de se ter uma das doenças é diferente da *condicional* (no subgrupo que tem a outra doença), i.e. $P[A] \neq P[A|B]$.

```
> addmargins(mp)

      B B^c Sum
A    0.80 0.09 0.89
A^c 0.06 0.05 0.11
Sum 0.86 0.14 1.00

> outer(rowSums(mp), colSums(mp), "*")

      B B^c
A    0.7654 0.1246
A^c 0.0946 0.0154

> ## note tb a ordem entre os termos!
> #outer(apply(m/sum(m),2,sum),apply(m/sum(m),1,sum),"*")
```
