



# Teste U de Mann-Whitney

BRUNA FERNANDA BATTISTUZZI BARBOSA

KAUANA SOARES

PAULO ROGÉRIO DA SILVA

# Estatística Não-Paramétrica

## Distribuição livre

- ▶ Não incorpora as suposições restritivas, características dos testes paramétricos;
- ▶ Os dados não precisam estar normalmente distribuídos (free distribution). É necessário, apenas, que eles sejam ordenáveis;
- ▶ São baseados em postos de observações e não em seus valores, como no caso dos paramétricos.

# Atribuição dos Postos

Apgar	Ordenação	Posto
4	1	1
5	2	2
7	3	3
8	4	4,5
8	5	4,5
9	6	7
9	7	7
9	8	7
10	9	9

$$\frac{4+5}{2}$$
$$\frac{6+7+8}{3}$$

Os postos devem ser cuidadosamente atribuídos, pois os testes serão baseados nesses valores.

# TESTE U DE MANN – WHITNEY

- ▶ Esta prova se aplica na comparação de dois grupos independentes, para verificar se pertencem ou não à mesma população;
- ▶ Na verdade, verifica-se se há evidências para acreditar que valores de um grupo A são superiores aos valores do grupo B.

# O Método

## Pequenas Amostras

- ▶ Primeiramente ordenam-se os valores misturados dos dois grupos, em ordem crescente indicando sempre a que grupo cada valor pertence;
- ▶ Em seguida, fixando-se nos valores referentes ao menor dos grupos (I), contamos o número de vezes que um valor no grupo (I) precede um valor no grupo (II).

# Procedimento

- a) Formular as hipóteses;
- b) Coloque os dados dos dois grupos em uma única ordenação crescente. Às observações empatadas atribuir a média dos postos correspondentes;
- c) Considerar:
  - o  $N_1$  = número de casos do grupo 1;
  - o  $N_2$  = número de casos do grupo 2;
- d) Calcular:
  - o  $R_1$  = soma dos postos do grupo 1 ;
  - o  $R_2$  = soma dos postos do grupo 2 ;

# Procedimento

e) Calcular a estatística de Mann-Whitney (U)

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

# Procedimento

f) Escolher o menor valor de U,

- ▶ Se  $n < 20$  → Utilizar a tabela de valores críticos de Mann-Whitney (U)
  - Se o valor de “U” encontrado na fórmula anterior for menor ou igual ao valor de “U” correspondente na tabela, rejeita-se a hipótese nula.
  - Caso o valor seja maior, não temos evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula.
- ▶ Caso contrário, pode ser utilizado o cálculo de z:

$$z = \frac{U - \mu_R}{\sigma_R} \quad \mu_R = \frac{n_1 \cdot n_2}{2} \quad \sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

# Exemplo 1

- ▶ A eficácia da publicidade de dois produtos concorrentes (Marca X e Marca Y) foi comparada. Com isso, uma pesquisa de mercado realizada em um centro comercial local ofereceu a cada participante uma xícara de café, sem que o participante soubesse qual das duas marcas estava provando e, depois de degustar, cada participante deu uma nota.

Marca X	Marca Y
3	9
4	7
2	5
6	10
2	6
5	8

# Exemplo 1

- ▶ 1º passo: formular as hipóteses
  - $H_0$ : As medianas dos valores da avaliação dos dois produtos é igual e a publicidade de ambos os produtos é equivalentemente boa.
  - $H_1$ : As medianas dos valores da avaliação são diferentes em cada grupo e um dos produtos possui uma publicidade melhor que o outro;

# Exemplo 1

- ▶ 2º passo: Ordenar as notas e definir os postos

	Notas	Posto
Marca X	2	1,5
Marca X	2	1,5
Marca X	3	3
Marca X	4	4
Marca X	5	5,5
Marca Y	5	5,5
Marca X	6	7,5
Marca Y	6	7,5
Marca Y	7	9
Marca Y	8	10
Marca Y	9	11
Marca Y	10	12

# Exemplo 1

- ▶ 3º passo: Calcular  $R_1$  e  $R_2$ 
  - $R_1$  = soma dos postos do grupo 1 = 23
  - $R_2$  = soma dos postos do grupo 2 = 55

Marca X		Marca Y	
Notas	Posto	Notas	Posto
2	1,5	5	5,5
2	1,5	6	7,5
3	3	7	9
4	4	8	10
5	5,5	9	11
6	7,5	10	12
	23		55

# Exemplo 1

- ▶ 4º passo: Calcular a estatística de Mann-Whitney

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - R_1$$

$$U = 6 \cdot 6 + \frac{6 \cdot 7}{2} - 23$$

$$U = 34$$

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - R_2$$

$$U = 6 \cdot 6 + \frac{6 \cdot 7}{2} - 55$$

$$U = 2$$

- ▶ Menor valor de  $U = 2$

# Exemplo 1

- ▶ 5º passo: Encontrar os valores de U na tabela

For two-tailed test. 5% significance level.

$N_2$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$N_1$																
2				0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	0	1	2	3	4	4	5	6	7	9	10	11	11	12	13	14
5	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	.	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	.	.	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	.	.	.	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	.	.	.	.	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	.	.	.	.	.	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	.	.	.	.	.	.	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	.	.	.	.	.	.	.	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	.	.	.	.	.	.	.	.	45	50	54	59	63	67	72	76
14	.	.	.	.	.	.	.	.	.	55	59	64	69	74	78	83
15	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	64	70	75	80	85	90
16	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	75	81	86	92	98
17	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	87	93	99	105
18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	99	106	112
19	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	113	119
20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	127

Fonte: <http://www.sussex.ac.uk/Users>

For two-tailed test. 1% significance level

$N_2$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$N_1$																
2															0	0
3					0	0	0	1	1	1	2	2	2	2	3	3
4		0	0	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8
5	0	1	1	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13
6	.	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	15	16	17	18
7	.	.	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	22	24
8	.	.	.	7	9	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
9	.	.	.	.	11	13	16	18	20	22	24	27	29	31	33	36
10	.	.	.	.	.	16	18	21	24	26	29	31	34	37	39	42
11	.	.	.	.	.	.	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48
12	.	.	.	.	.	.	.	27	31	34	37	41	44	47	51	54
13	.	.	.	.	.	.	.	.	34	38	42	45	49	53	57	60
14	.	.	.	.	.	.	.	.	.	42	46	50	54	58	63	67
15	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	51	55	60	64	69	73
16	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	60	65	70	74	79
17	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	70	75	81	86
18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	81	87	92
19	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	93	99
20	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	105

Fonte: <http://www.sussex.ac.uk/Users>

# Exemplo 1

- ▶ 6º passo: Decisão
  - ▶ Os valores calculados para U são menores ou iguais aos valores encontrados na tabela.
    - Para um alfa igual a 5%, U da tabela é igual a 5
    - Para um alfa igual a 1%, U da tabela é igual a 2
- ▶ Neste caso rejeita-se a hipótese nula de igualdade entre as medianas.

## Exemplo 2

- ▶ A tianeptina é um fármaco antidepressivo do grupo dos tricíclicos. Sua ação antidepressiva potencial foi demonstrada em estudos pré-clínicos através de testes em animais.
- ▶ Rocha (1995) relata os resultados de um ensaio clínico aleatorizado, duplo-cego, realizado com o objetivo de comparar a tianeptina com o placebo.
- ▶ O ensaio constituiu em administrar a droga a dois grupos de pacientes, compostos de forma aleatória, e quantificar a depressão. Os valores maiores indicam maior gravidade da depressão.
- ▶ O escore foi obtido para cada paciente 7, 14, 21, 28 e 42 dias após o início do estudo.

# EscORES por Grupo

Grupo	EscORES							
Placebo	6	33	21	26	10	29	33	29
	37	15	2	21	7	26	13	
Tianeptina	10	8	17	4	17	14	9	4
	21	3	7	10	29	13	14	2

## Exemplo 2

- ▶ Comparando o grupo que recebeu a tianeptina com o que eu recebeu placebo, através do teste de Mann-Whitney, temos a seguinte tabela com os dados ordenados e os postos correspondentes:

Placebo		Tianeptina	
Escore	Posto	Escore	Posto
2	1,5	2	1,5
		3	3
		4 e 4	4,5
6	6		
7	7,5	7	7,5
		8	9
		9	10
10	12	10 e 10	12
13	14,5	13	14,5
		14 e 14	16,5
15	18		
		17 e 17	19,5
21 e 21	22	21	22
26 e 26	24,5		
29 e 29	27	29	27
33 e 33	29,5		
37	31		

## Exemplo 2: Formulário

$$\mu_T = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$$

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{n_2 \mu_T}{6}}$$

$$MW = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - T$$

## Exemplo 2: Resolução

$$n_1 = 15, n_2 = 16, T = 1, 5 + 6 + \dots + 31 = 296, 5$$

$$\mu_T = \frac{15(15+16+1)}{2} = 240 \qquad \sigma_T = \sqrt{\frac{16 \times 240}{6}} = 25, 3.$$

## Exemplo 2: Resolução

$$Z = \frac{T - \mu_T}{\sigma_T} = \frac{296,5 - 240}{25,3} = -2,2 (p = 0,027)$$

TABELA NORMAL PADRÃO  
Material didático adicional

$P(z < a)$



a	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641

## Exemplo 2: Conclusões

- ▶ O valor  $p$  indica que há diferença entre os dois grupos, ou seja, há diferença estatística entre o uso de placebo e o uso de tianeptina.

# Referências

- ▶ SIEGEL, Sidney. **Estatística não-paramétrica para ciências do comportamento** / Sidney Siegel. N. John Castellan Jr; tradução Sara Ianda Correa Carmona – 2. ed. – Porto Alegre: Artmed, 2006.
- ▶ <http://www.leg.ufpr.br/lib/exe/fetch.php/disciplinas:ce008:ce008.pdf>
- ▶ [http://people.ufpr.br/~prbg/public\\_html/ce050/ce0500.htm](http://people.ufpr.br/~prbg/public_html/ce050/ce0500.htm)
- ▶ Exercício 1: Escola Brasileira de Economia e Finanças – FGV. Disponível em: <http://epge.fgv.br/we/Graduacao/Estatistica1/2009/2?action=AttachFile&do=get&target=teste-dos-sinais-wilcoxon-e-mann-whitney.pdf>
- ▶ Exercício 2: Apostila da disciplina de introdução à bioestatística – CE008 - UFPR