

Alguns Métodos Estatísticos para Dados Espaciais

Aluno: Elias Teixeira Krainski Or.: PhD. Paulo Justiniano Ribeiro Junior
 Laboratório de Estatística e Geoinformação (LEG) - Departamento de Estatística - UFPR
 e-mails: {elias, paulojus}@est.ufpr.br



Laboratório de Estatística e Geoinformação

Palavras-chave: Padrões Espaciais, Morte Súbita dos Citrus, Censura em Campos Aleatórios Gaussianos

1 O pacote Rcitrus

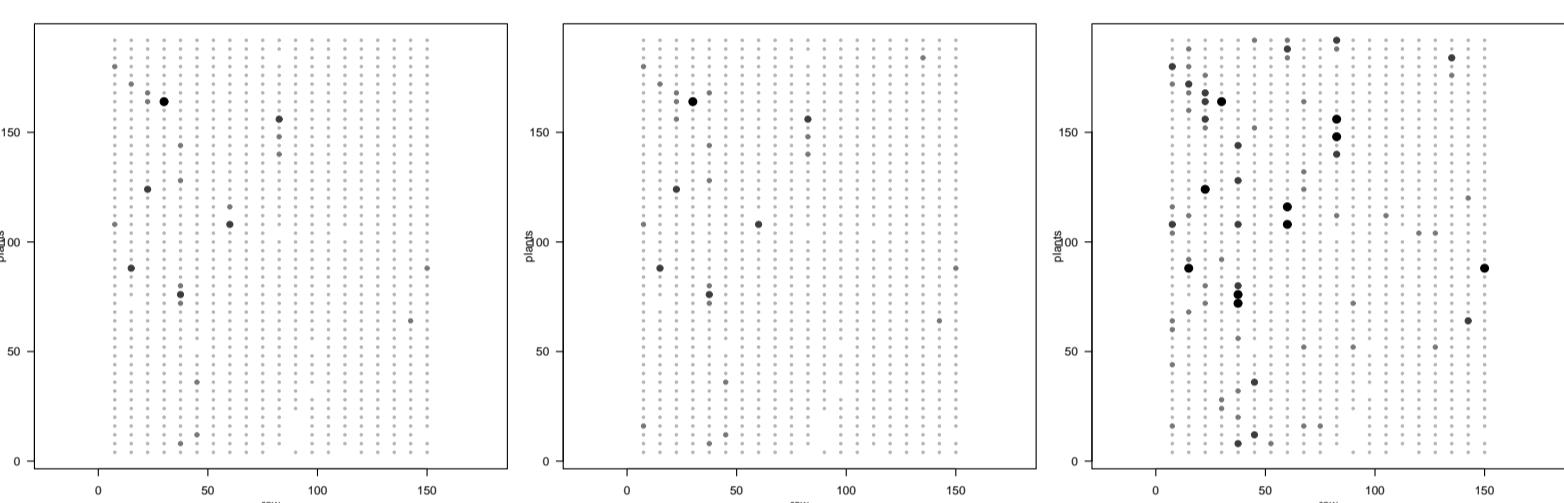
Pacote desenvolvido em R (R DEVELOPMENT CORE TEAM 2006). Adapta e implementa análise estatística para dados de incidência de doenças em plantas. Algumas funções utilizam funções dos pacotes **splancs** (ROWLINGSON, DIGGLE & OTHERS 2006), **geoR** (RIBEIRO JR & DIGGLE 2001), **survival** (original by Terry Therneau & ported by Thomas Lumley 2006), **MASS** (VENABLES & RIPLEY 2002) e **stats4** (R DEVELOPMENT CORE TEAM 2006).

1.1 Manipulação dos dados

- leitura automática de planilhas

```
> d.arr1$arr1 <- read.csv("vv303.csv",
+   file.form="array", nrow=20,
+   row.id=1, n.att=14, sep=";", dec=",")
```

- representação espaço temporal
- conversores para diferentes classes
- validação
- descrição e apresentação gráfica



1.2 Análise por quadrats

Fixos ou aleatórios e qualquer formato regular

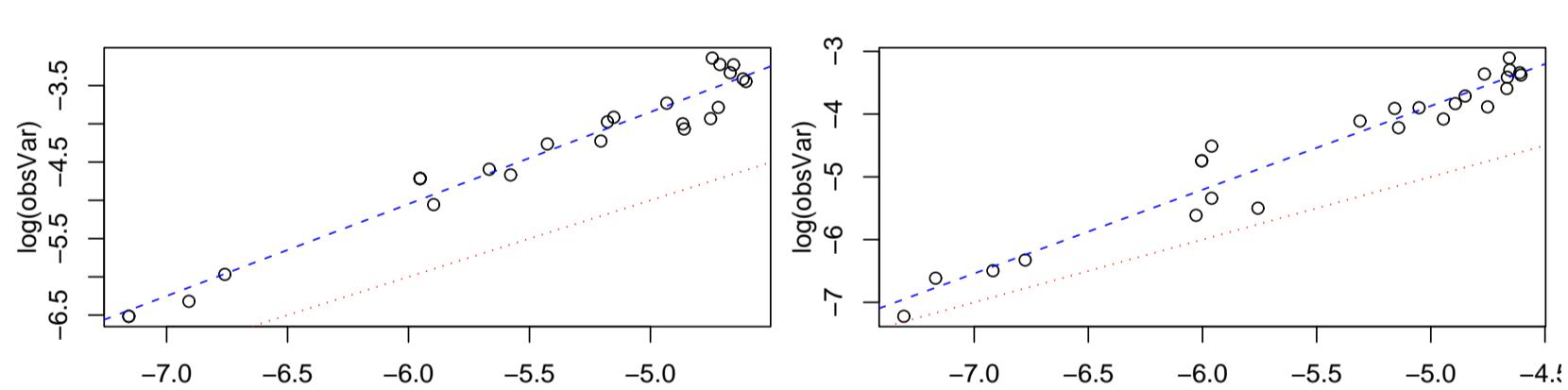
```
> disp.quadrats(d.geo4, dx = 3, dy = 5,
+   by = F, eval = 1:3, mod = "beta-binom",
+   usage = "mle")
```

\$`3x5`

N	n	nN	prob	theta	p.value	pattern
Av1	70	13	939	0.018	0.051	0.061 Random
Av2	70	13	939	0.021	0.034	0.135 Random
Av3	70	13	917	0.050	0.045	0.073 Random

1.3 Lei de Taylor

```
> Tay <- Taylor.citrus(d.geo4, dx = 5,
+   random = FALSE, death = 1:3)
> TayR <- Taylor.citrus(d.geo4, dx = 5,
+   random = TRUE, death = 1:3)
```



1.4 N° ótimo de quadrats aleatórios

A precisão aumenta quanto mais quadrats são analisados.

- realizar n análises com N quadrats aleatórios
 - realizar outras n análises com $N + 1$ quadrats
 - repetir o passo anterior até um critério ser atingido
- ```
> set.seed(153)
> Nquad <- sim.N.quadrats(d.geo4, dx = 10,
+ death = 1:3)
> qcc3 <- qcc(Nquad, type = "R")
```

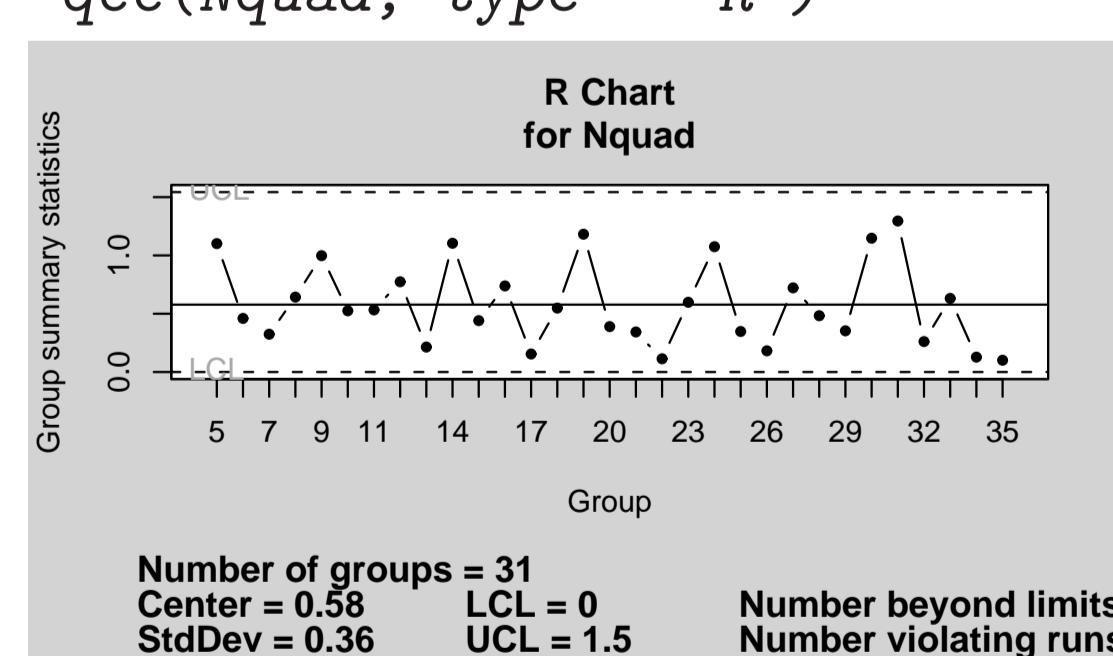
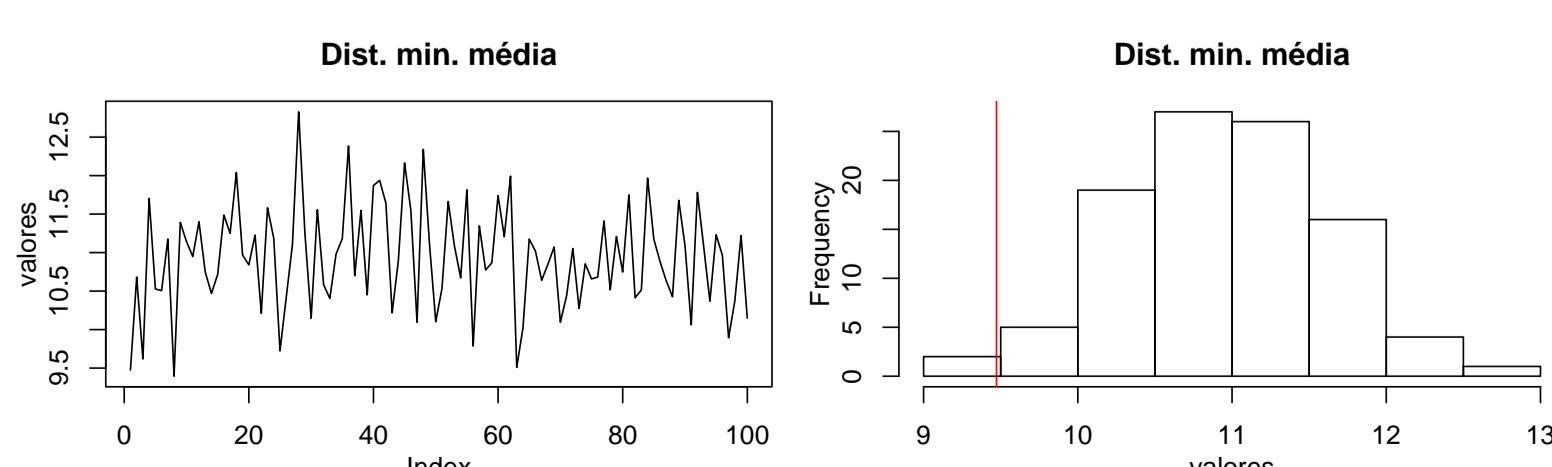


Figura 1: Carta de controle para a amplitude do índice de dispersão em 3 análises para cada  $N$  a partir de 5.

### 1.5 Distância mínima e número de vizinhos

Implementação de testes de Monte Carlo para a distância média e número médio de vizinhos doentes.

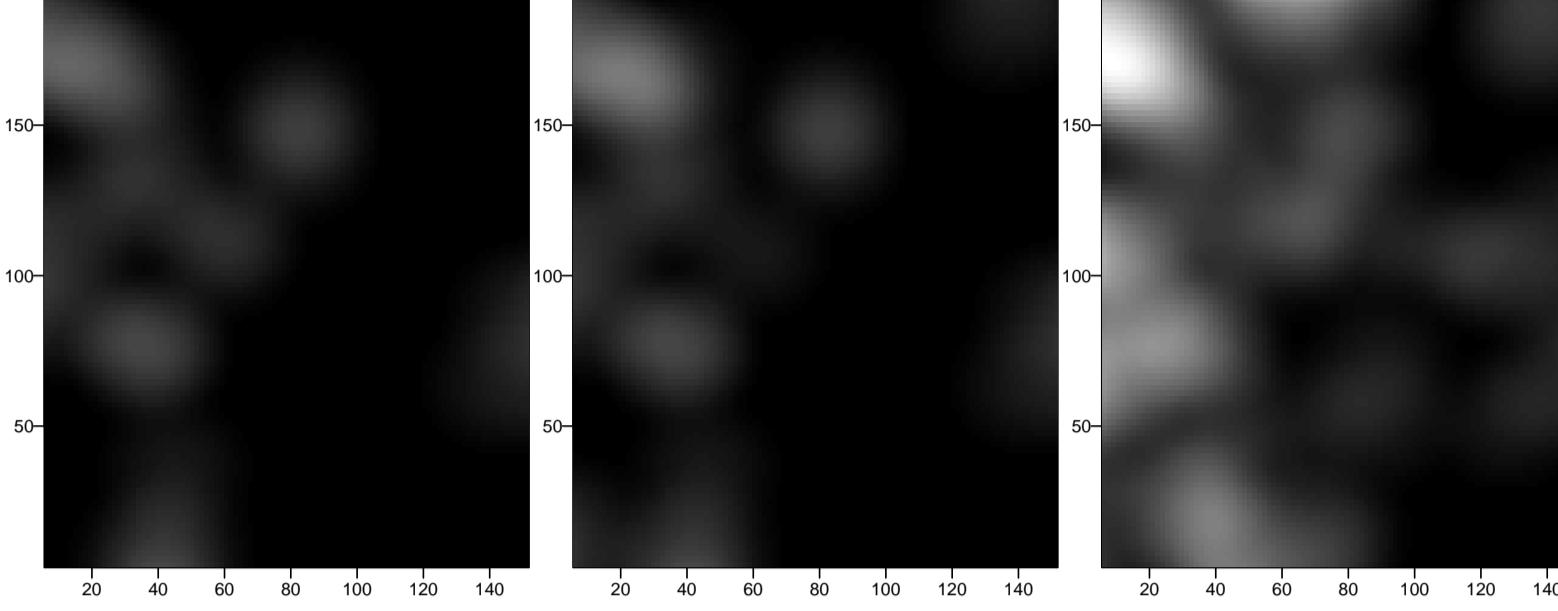
Vizualização gráfica do teste da para distância mínima média



## 1.6 Suavização por kernel

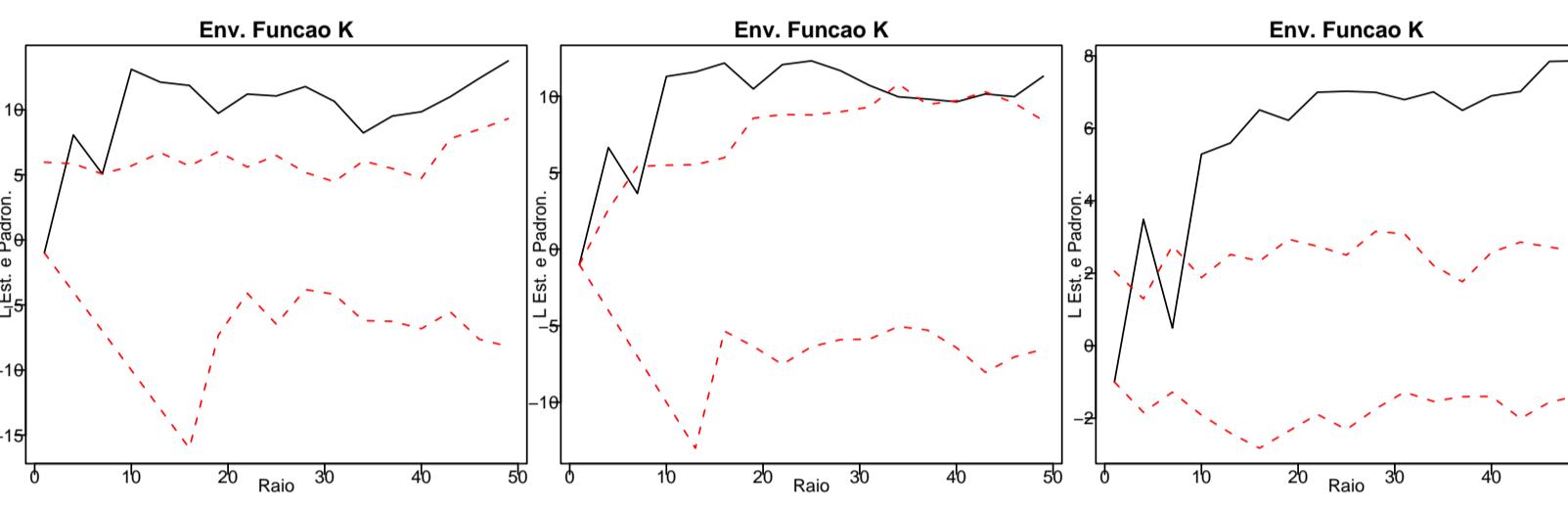
Adaptado do **splancs**

Kernel com escala de cores global.



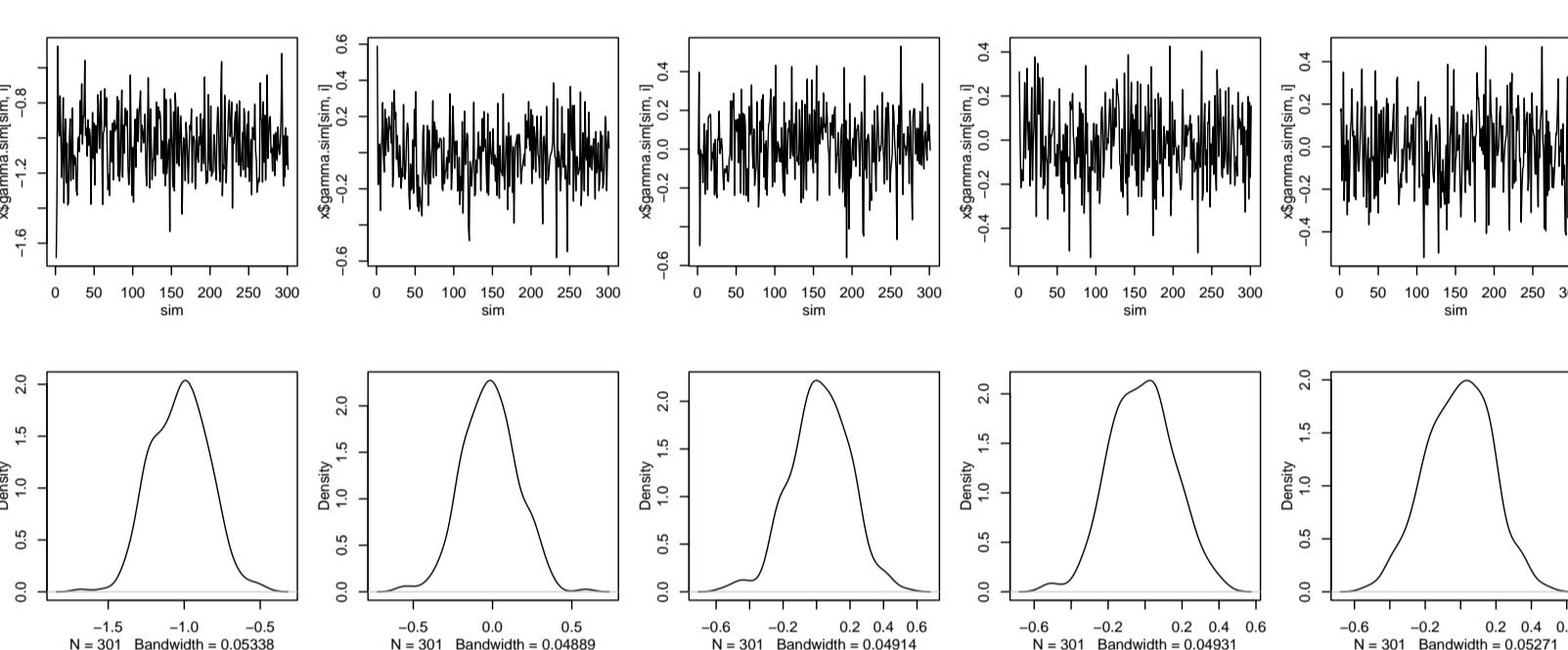
## 1.7 Função K de Ripley

Adaptada do **splancs**



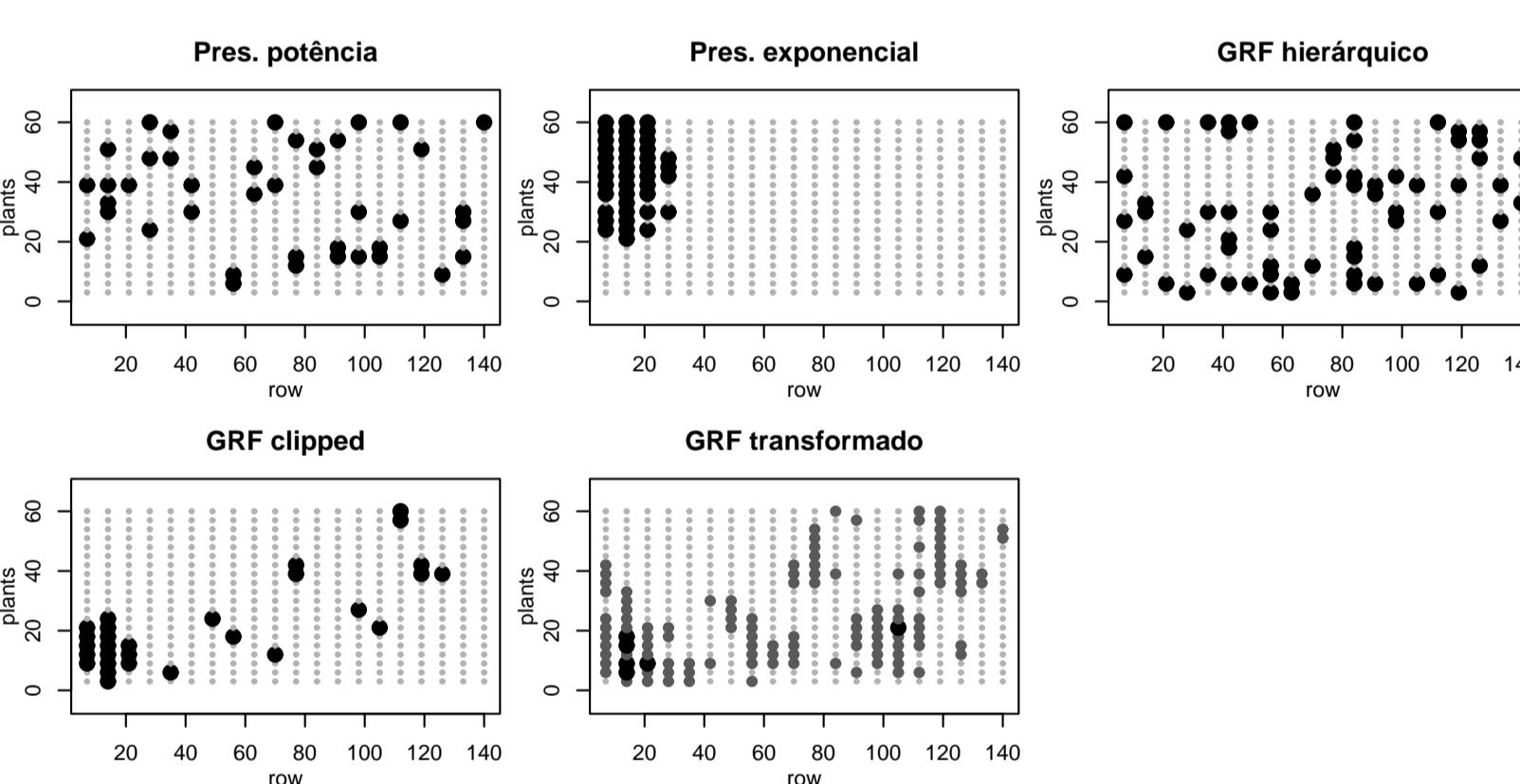
## 1.8 Modelo autologístico

**status** de vizinhos como covariáveis (GUMPERTZ & RISTAINO 1997). Estimação: pseudo-verossimilhança com bootstrap ponderado via algoritmo amostrador de Gibbs. Teste: Monte Carlo.



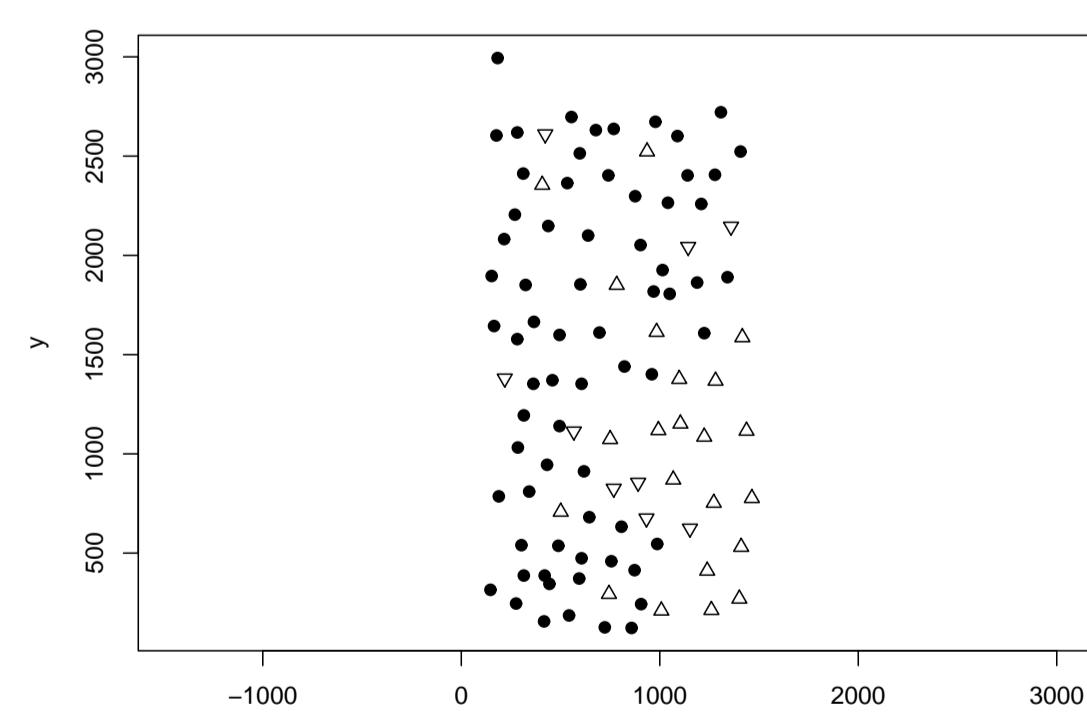
## 1.9 Simulação padrões espaciais

- modelo de pressão infectiva potencial,
- modelo de pressão infectiva exponencial,
- modelo hierárquico [ $Y|S$ ],  $S$ : campo aleatório gaussiano,
- grampeamento de um campo aleatório:  $Y = 1$  se  $S < z$  e  $Y = 0$  se  $S > z$ , onde  $z$  é um valor de corte,
- transformação de  $S$ :  $Y = f_b(\phi(S))$ ,  $f_b$  é o quantil da distribuição bernoulli.



## 2 Censura em Campos Aleatórios Gaussianos

Horizontes geológicos



$$Y(x_i) = \beta F(x_i) + S(x_i) + Z_i : i = 1, \dots, n.$$

$$D = \{Y(x_j) = u; j \in J\} \cup \{Y(x_i) \in A_i; i \in I\}$$

$L(\theta|D) = [D|\theta]$  é difícil de calcular diretamente, pois

$$L(\theta; D) \equiv [u|\theta] \int [v|\theta] dv \quad (1)$$

### 2.1 Proposta de Stein (STEIN 1992)

- Uso de um método de MC
- Se a censura é a esquerda  $v < b$  então

$$p(y < b|v, u) = \frac{\int_{-\infty, 0]^{n-m} \Phi(\frac{b-\alpha-r'v}{\tau}) [v|u] dv}{\int_{-\infty, 0]^{n-m} [v|u] dv}, \quad (2)$$

onde  $\alpha - r'v$  é a esperança marginal

- para aproximar o valor da integral utilizando MC
- Simular o primeiro valor de  $[v|u; \theta]$

– Para os demais, simular de  $[v|u, \tilde{v}^{q-1}; \theta]$ , onde  $\tilde{v}^q$  são os  $q$  valores já simulados

- $v_q$  é obtido por

$$\tilde{v}_q = \mu_q + \sigma_q \Phi^{-1} \left( U_q \Phi \left( \frac{-\mu_q}{\sigma_q} \right) \right) \quad (3)$$

- em cada simulação calcular

$$d_t = \prod_{q=1}^{n-m} \Phi \left( \frac{-\mu_{qt}}{\sigma_q} \right) \quad (4)$$

- aproximar 2 por

$$\frac{\sum_{t=1}^N d_t \Phi \left( \frac{t-\mu_{n+1,t}}{\tau} \right)}{\sum_{t=1}^N d_t} \quad (5)$$

- Utilizar  $\theta_0$  de referência, e utilizar

$$\ell(\theta; u, v) = \frac{[u, \theta]}{[u, \theta_0]} \cdot \frac{\int_{-\infty, 0]^{n-m} [v|u; \theta] dv}{\int_{-\infty, 0]^{n-m} [v|u; \theta_0] dv} \quad (6)$$

- aproximada por

$$\frac{[u|\theta]}{[u|\theta_0]} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N d_t(\theta)}{\sum_{i=1}^N d_t(\theta_0)} \quad (7)$$

## 2.2 (MILITO & UGARTE 1999) - EM

Usar  $y_i^* = y_i - y_{(i)}^* G(\theta)^{-1} g_{(i)}$

Passo E:

$$v_{1i}^{*(t)} = \hat{\mu}_i^{(t)} - \hat{\sigma}_i^{(t)} \frac{v_i^* - \hat{\mu}_i^{(t)}}{\hat{\sigma}_i^{(t)}} \Phi \left( \frac{v_i^* - \hat{\mu}_i^{(t)}}{\hat{\sigma}_i^{(t)}} \right) \quad (8)$$

$$v_{2i}^{*(t)} = (\hat{\mu}_i^{(t)})^2 + (\hat{\sigma}_i^{(t)})^2 - \hat{\sigma}_i^{(t)} (\hat{\mu}_i^{(t)} + v_i^*) \left[ \frac{v_i^* - \hat{\mu}_i^{(t)}}{\hat{\sigma}_i^{(t)}} \right] \Phi \left( \frac{v_i^* - \hat{\mu}_i^{(t)}}{\hat{\sigma}_i^{(t)}} \right). \quad (9)$$

Passo M:

$$\beta^{(t)} = (F^{*'} W F^*)^{-1} F^{*'} W y_1^*. \quad (10)$$

$$(\hat{\sigma})^{(t)} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i (y_{1i}^{*(t)} - 2\hat{\mu}_i^{(t)} + (\hat{\mu}_i^{(t)})^2)}{n-p} \quad (11)$$

## 2.3 (ABRAHAMSEN & BENTH 2001)

• *Data Augmentation Algorithm*: Inicia com  $p_0(y, \beta|u, A_i)$

- obter  $\tilde{v}_1, \dots, \tilde{v}_Q$  de  $p^{(t)}(v, \beta|u, A_i)$  em dois passos:

(a) obter  $\tilde{\beta}_{(q)}$  de  $p^{(t)}(\beta|u, A_i)$ ,

(b) obter  $\tilde{v}_{(q)}$  de  $p(v|\tilde{\beta}_{(q)}, u, A_i)$  de  $p(v|\tilde{\beta}_{(q)}, u)$  enquanto  $\tilde{v}_{(q)} \in A_i$ .

- fazer a atualização  $p^{(t+1)}(y, \beta|u, A_i) = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q p(y, \beta|u, v_q)$

• Iniciar  $S = 2$  e dobrar para 10 – 13 primeiras interações.

## 2.4 (DE OLIVEIRA 2005)

- análise completamente bayesiana,
- considerar a incerteza dos parâmetros, e
- considerar diferentes níveis de informação

## Referências

ABRAHAMSEN, P. & BENTH, F. E. (2001). Kriging with inequality constraints, *Mathematical Geology* 33(6): 719–744.

DE OLIVEIRA, V. (2005). Bayesian inference and prediction of gaussian random fields based on censored data, *Journal of Computational and Graphical Statistics* 14(1): 95–115.

GUMPERTZ, M. L.; GRAHAM, J. M. & RISTAINO, J. B. (1997). Autologístico modelo de spatial pattern of phytophthora epidemic in bell pepper: Effects of soil variables on disease presence, *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics* 2(2): 131–156.

MILITO, A. F. & UGARTE, M. D. (1999). Analyzing censored spatial data, *Mathematical Geology* 31(5): 551–561.

original by Terry Therneau, S. & ported by Thomas Lumley (2006). *survival: Survival analysis, including penalised likelihood*. R package version 2.6.2.

R DEVELOPMENT CORE TEAM (2006). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.

\*<http://www.R-project.org>

RIBEIRO JR, P. J. & DIGGLE, P. J. (2001). geoR: a package for geostatistical analysis, *R-NEWS* 1(2): 14–18. ISSN 1609-3631.

\*<http://CRAN.R-project.org/doc/Rnews/>

ROWLINGSON, B., DIGGLE, P. & OTHERS (2006). *splancs: Spatial and Space-Time Point Pattern Analysis*. Adapted and packaged for R by Roger Bivand and pcp functions by Giovanni Petris and goodness of fit by Stephen Eglen, R package version 2.01-17.

\*<http://www.R-project.org>, <http://www.maths.lancs.ac.uk/rowlings/Splancs/>

STEIN, M. L. (1992). Prediction and inference for truncated spatial data, *American Statistical Association, Institute of Mathematical Statistics and Interface Fundation of North America* 1(1): 91–110.

VENABLES, W. N. & RIPLEY, B. D. (2002). *Modern Applied Statistics with S*, fourth edn, Springer, New York. ISBN 0-387-95457-0.

\*<http://www.stats.ox.ac.uk/pub/MASS4>